

Oddziaływania elektromagnetyczne

- Oddziaływanie cząstek naładowanych
- Elektrodynamika kwantowa – renormalizowalność i niezmienniczość względem cechowania
- Diagramy Feynmana
- QED i rachunek zaburzeń
- Podstawowe procesy elektromagnetyczne
- Diagramy energii własnej
- Moment magnetyczny elektronu
- Biegnąca stała sprzężenia α_{em}

Cząstki obdarzone ładunkiem elektrycznym oddziałują elektromagnetycznie.

Oddziaływania elektromagnetyczne są odpowiedzialne za

- siły wiążące elektrony z jądrem atomowym → stany związane elektronów w polu jąder (atomy i cząsteczki)
- siły międzycząsteczkowe w cieczech i ciałach stałych

Elektrodynamika kwantowa (Quantum Electrodynamics, QED)

kwantowa teoria pola opisująca procesy zachodzące pod wpływem oddziaływań elektromagnetycznych umożliwia obliczenie z wielką precyzją przekrojów czynnych dla tych reakcji.

Trochę historii :

Wyjaśnienie stabilności atomów i widma ich promieniowania elektromagnetycznego doprowadziło w latach 20-tych XX wieku do powstania mechaniki kwantowej.

- 1900 r** zastosowanie idei kwantowych do pola elektromagnetycznego przez Maxa Plancka (widmo ciała doskonale czarnego – światło może być emitowane tylko w porcjach o energii $E = h\nu$)
- 1905 r** Albert Einstein postuluje istnienie kwantów pola elektromagnetycznego, fotonów (opis efektu fotoelektrycznego)
- 1922 r** odkrycie fotonów przez Comptona
foton jest jedyną cząstką, która była znana jako pole zanim została wykryta jako cząstka
- ~1930** pierwsze publikacje W. Heisenberga i W. Pauliego dot. zagadnienia nieskończoności w kwantowej teorii pola
R. Oppenheimer i I. Waller : opis oddziaływań elektronu z polem elektromagnetycznym prowadzi do rozbieżności w rachunkach
→ **nieskończoności w obliczeniach elektromagnetycznej masy własnej elektronu związanego i elektronu swobodnego**
przypuszczenie, że nieskończoności w obliczeniach masy i ładunku elektronu można „pochłonać” za pomocą przeddefiniowania czyli **”renormalizacji”** parametrów teorii



Wielkie osiągnięcia teoretyczne : elektrodynamika kwantowa

QED – kwantowa teoria pola opisująca oddziaływanie cząstek naładowanych elektrycznie poprzez wymianę kwantów pola elektromagnetycznego, fotonów

1948 – 1951 **J. Schwinger, R. Feynman i S. Tomonaga** rozwinęli niezależnie nowy formalizm QED – pokazali, że przez modyfikację pojęcia fizycznej masy i fizycznego ładunku elektrycznego elektronu można usunąć wszystkie nieskończoności z teorii
(nagroda Nobla w 1965 r)

F. Dyson wykazał, że te trzy formalizmy QED są równoważne



QED jest modelowym przykładem kwantowej teorii pola
(renormalizowalność + niezmienniczość względem cechowania)

Warunkiem koniecznym do zapewnienia renormalizowalności teorii jest niezmienniczość względem cechowania (por. wykład nt. globalnej i lokalnej symetrii cechowania)

Mechanika kwantowa : wyniki fizyczne nie zależą od zmian fazy funkcji falowej elektronu

$\psi \rightarrow \psi' = e^{i\omega} \cdot \psi$, **globalna transformacja cechowania**

transformacja fazy funkcji falowej ψ niezależna od (\mathbf{x}, t) czyli dla $\omega = \text{const}$

Lagranżjan relatywistycznej cząstki swobodnej o spinie $\frac{1}{2}$ (elektronu) jest niezmienniczy względem globalnej transformacji cechowania $L(\psi) = L(\psi')$

→ **zachowanie ładunku elektrycznego**

Prawa fizyki powinny być także niezmiennicze względem dowolnych lokalnych zmian fazy – lokalna symetria cechowania

$\psi \rightarrow \psi'' = e^{i\omega(x,t)} \psi$ **kąt obrotu fazy $\omega(x, t)$ zależny od p-tu w czasoprzestrzeni**

istnienie dodatkowego pola cechowania, pola elektromagnetycznego, którego kwantem jest **foton**, bezmasowa cząstka o spinie jednostkowym

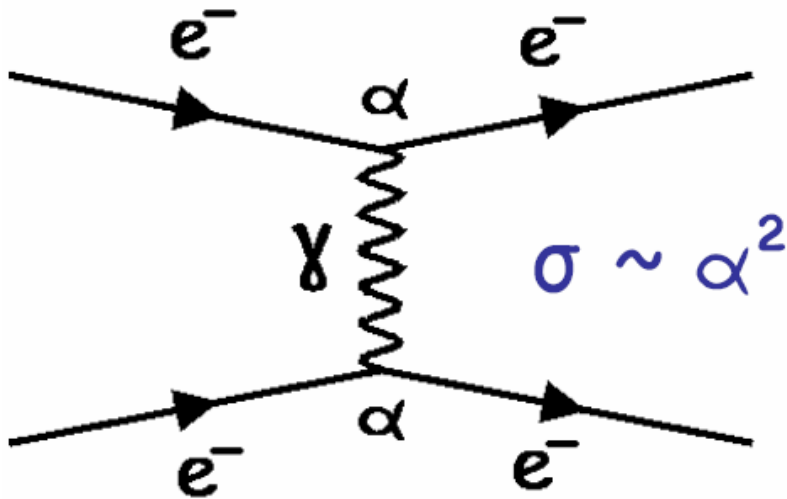


Przekształcenia fazy tworzą grupę obrotów w płaszczyźnie zespolonej – abelową grupę symetrii U(1)

QED jest kwantową teorią pola z cechowaniem abelowym opartą na grupie symetrii U(1)

Oddziaływania elektromagnetyczne

Teoriopolowy obraz oddziaływań : oddziaływanie pomiędzy dwoma obiektami mikroświata jest efektem wymiany między nimi **bozonów pośredniczących**, cząstek o spinie całkowitym.



QED :

Elektromagnetyczne oddziaływanie dwóch elektronów jest wynikiem wymiany między nimi fotonu, kwantu pola elektromagnetycznego

Zasięg oddziaływania wiąże się z masą (M_x) wymienianej cząstki

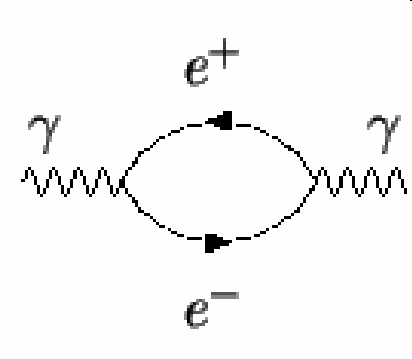
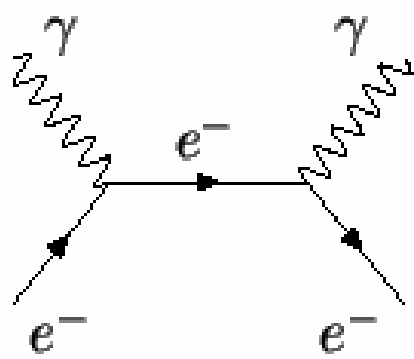
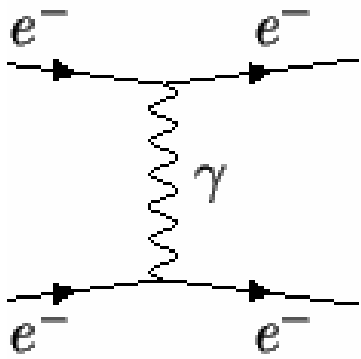
$$R \equiv \hbar c / M_x c^2$$

Oddz. elektromagnetyczne jest oddz. długozasięgowym – wymiana bezmasowego fotonu, $R \rightarrow \infty$. Przejawia się już na poziomie makroskopowym.

Elektronowi, który klasycznie jest cząstką, odpowiada również pole fizyczne, którego kwantami są elektrony i pozytony.

Kwantem pola elektromagnetycznego jest foton.

Podstawową metodą rachunkową w QED jest rachunek zaburzeń oparty na technice diagramów Feynmana.



Przykładowe diagramy Feynmana

Oddziaływania fotonów z elektronami / pozytonami są opisane przez wymianę kwantów pól.

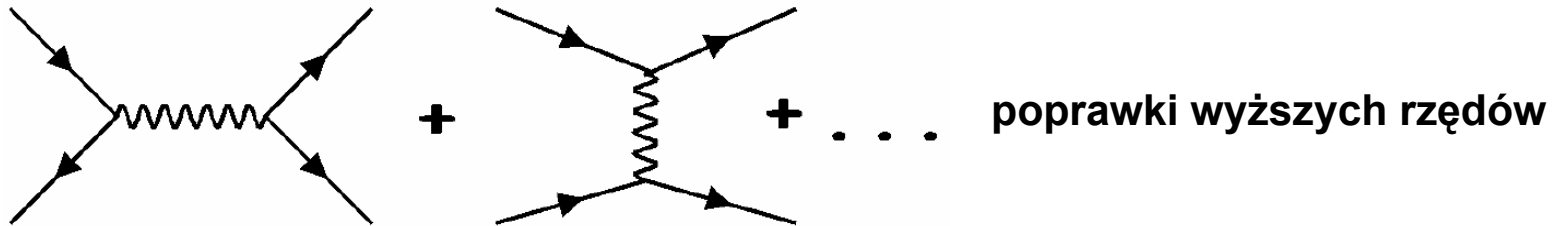
Każdy wierzchołek diagramu Feynmana oznacza elementarny akt emisji lub absorpcji fotonu.

Rachunek zaburzeń – diagramy Feynmana

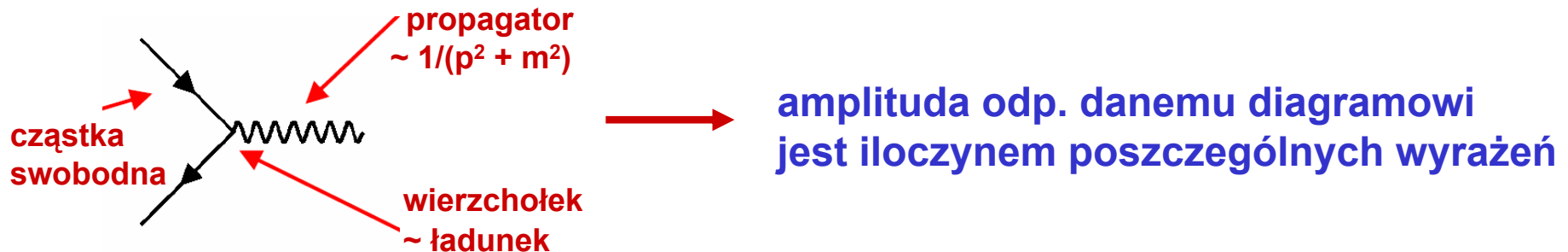
Podstawową metodą rachunkową w kwantowej teorii pola jest rachunek zaburzeń oparty na technice diagramów Feynmana → przekroje czynne badanych procesów, szybkości rozpadu cząstek

- dla danego procesu rysujemy wszystkie możliwe diagramy Feynmana :

np.



- każdej części diagramu odp. wyrażenie analityczne



- $A_{\text{TOTAL}} = \sum A_i$, całkowita amplituda jest sumą amplitud dla poszczególnych diagramów

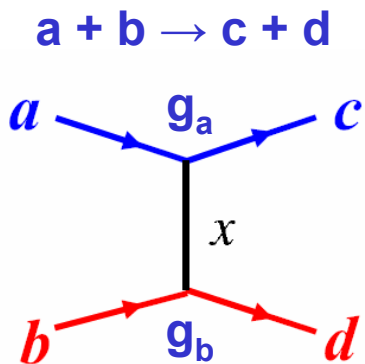
- przekrój czynny (lub szybkość rozpadu) $\sim |A_{\text{TOTAL}}|^2 \cdot \text{przestrzeń fazowa}$
(Złota reguła Fermiego) 8

Diagramy Feynmana

Każdemu diagramowi odpowiada wyrażenie analityczne → przyczynik do amplitudy prawdopodobieństwa badanego procesu

Suma takich wyrażen odp. wszystkim możliwym diagramom → amplituda prawdopodobieństwa zajścia badanego procesu

Przekrój czynny $\sigma \sim | \text{amplituda} |^2 \cdot (\text{przestrzeń fazowa})$



$$A = \frac{g_a g_b}{q^2 - m_x^2}$$

A – amplituda rozpraszania

element macierzowy przejścia ze stanu początkowego i do stanu końcowego j

m_x - masa wymienianej cząstki

q - czteropęd unoszony przez wirtualną cząstkę (obliczamy z zachowania czteropędu w wierzchołkach)

$g_{a(b)}$ - stałe sprzężenia

Amplituda rozpraszania dla procesu zachodz. przez wymianę pojedynczego bozonu

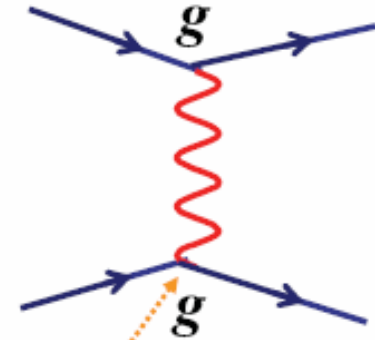
iloczyn dwóch stałych sprzężenia g_a i g_b odpowiadających dwóm wierzchołkom oddziaływania

oraz **propagatora $1/(q^2 - m_x^2)$** odp. linii wymienianej wirtualnej cząstki

Wartość stałej sprzężenia $g_{a,b}$ określa siłę oddziaływania w danym wierzchołku

W Modelu Standardowym oddziaływania elektromagnetyczne, słabe i silne zachodzą przez wymianę bozonów pośredniczących o spinie i parzystości $J^P = 1^-$

Oddziaływanie	Bozon pośredniczący	J^P	Masa [GeV]
EM (QED)	foton γ	1^-	0
SŁABE	W^\pm / Z^0	1^-	80 / 91
SILNE (QCD)	8 gluonów	1^-	0



Siła oddziaływania jest określona przez ładunek g

- ładunek jest związany z bezwymiarową "stałą" sprzężenia α

$$\text{QED} : g_{em} = e = \sqrt{4\pi\alpha\epsilon_0\hbar c}$$

- jednostki Heaviside'a – Lorentza $\epsilon_0 = \hbar = c = 1$

$$\alpha = \frac{e^2}{4\pi} \approx \frac{1}{137}$$

stała struktury subtelnej określa wielkość rozszczepienia subtelnych widm atomowych wynikającego z oddz. spin – orbita

(α – bezwymiarowa kombinacja 3 podstawowych stałych przyrody : stałej Plancka, prędkości światła i ładunku elektronu)

- **b. precyzyjne pomiary $\alpha = 1/ 137.035 999 11(46)$** z pomiarów anomalnego momentu magnetycznego elektronu i kwantowego efektu Halla

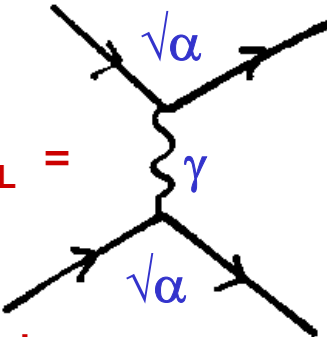
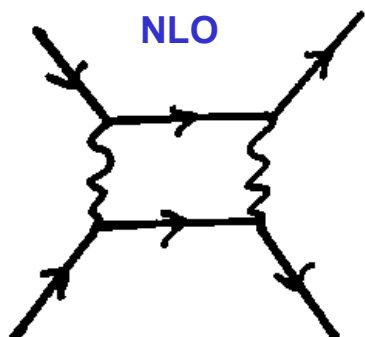
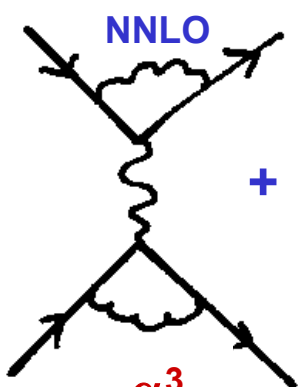
e – ładunek elektryczny elektronu
 ϵ_0 – przenikalność elektryczna próżni

QED - rachunek zaburzeń

Obliczając całkowitą amplitudę dla danego procesu należy zsumować przyczynki od wielu diagramów Feynmana, uwzględniających wszelkie możliwe stany pośrednie

→ wkłady od diagramów z coraz to większą liczbą wierzchołków oddziaływania

Rachunek perturbacyjny : amplituda jest szeregiem potęgowym w stałej sprzężenia

	diagram wiodący LO – leading order	następny do wiodącego next - to - leading order	następny do niewiodącego next - to - next - to - leading order	
$A_{TOTAL} =$		$+$ 	$+$ 	$+ \dots \infty$
amplituda jest rzędu	α	α^2	α^3	
	$1 / 137$	$(1 / 137)^2$	$(1 / 137)^3$	
	$7 \cdot 10^{-3}$	$5 \cdot 10^{-5}$	$4 \cdot 10^{-7}$	
				wkład każdego wierzchołka do amplitudy $\sim \sqrt{\alpha}$
				diagramy wyższych rzędów są małymi (!) poprawkami do diagramów niższych rzędów

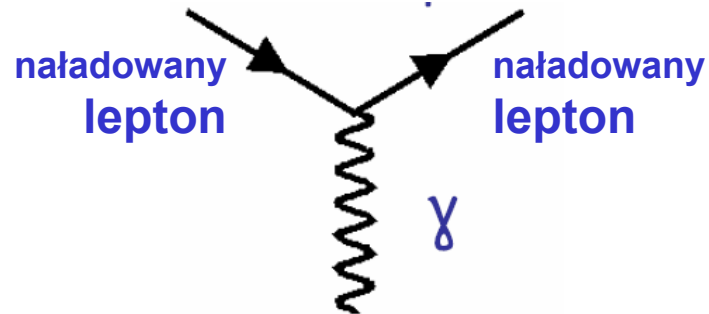
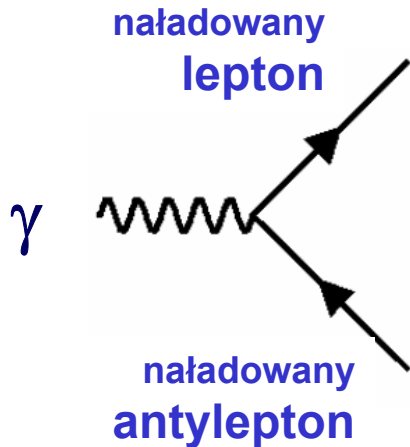
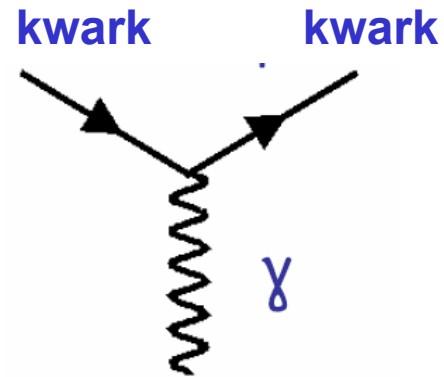
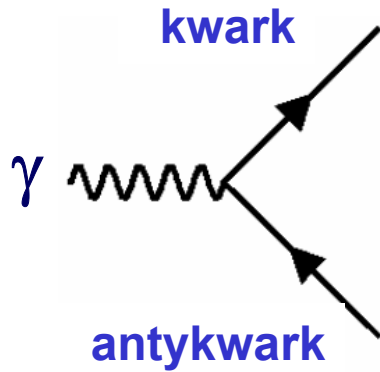
QED : dobrym przybliżeniem jest już pierwszy człon – przybliżenie Borna (LO)

Rozwinięcie perturbacyjne daje dobre wyniki, ponieważ stała sprzężenia

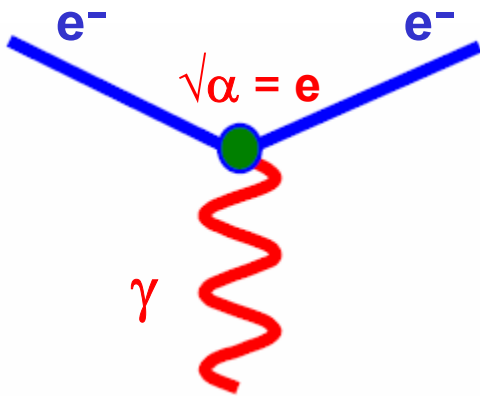
jest mała

$$\alpha_{em} = e^2 / 4\pi \sim 1 / 137 \approx 0.0073 \ll 1$$

Foton sprzęga się do naładowanych cząstek



Wymiana fotonu nie powoduje zmiany zapachu kwarka lub leptonu



Podstawowy wierzchołek elektron – foton

(proces absorpcji lub emisji fotonu przez elektron, ze względu na zachowanie energii i pędu nie zachodzi dla cząstki swobodnej)

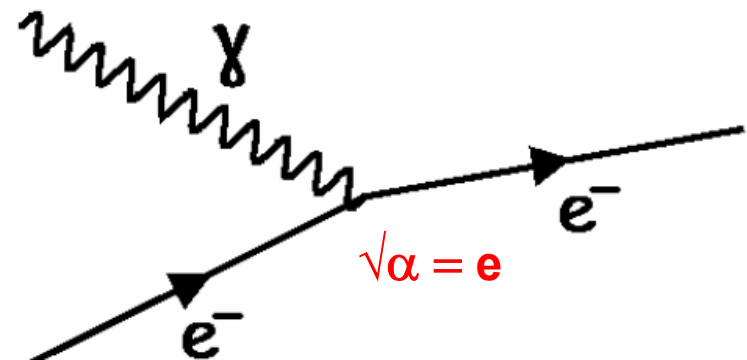
Wkład do amplitudy $\sim \sqrt{\alpha}$

Jeżeli foton stanowi linię wewnętrzną
(wymiana wirtualnego fotonu)

→ przyczynek od propagatora fotonu $\sim 1/q^2$
 q – czteropęd fotonu

Podstawowe procesy elektromagnetyczne

Zjawisko fotoelektryczne



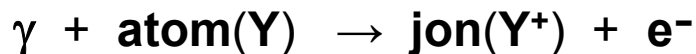
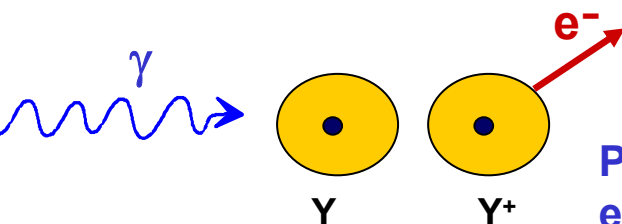
odkryte przez Hertza w 1897 r :
padające światło o odpowiedniej długości fali uwalnia elektrony z powierzchni metalu

Energia elektronów zależy od częstości wiązki światła a nie od jego natężenia.

1905 A. Einstein wyjaśnia efekt fotoelektryczny (nagroda Nobla w 1921)

Światło strumieniem niepodzielnych kwantów energii (nazywanych teraz fotonami)

przekrój czynny $\sigma \sim |A|^2 \sim \alpha$ (lub e^2)



Proces zachodzi, jeżeli energia fotonu ($E = h\nu$) jest większa od energii wiązania (*binding energy*) elektronu w atomie (praca wyjścia), $E_\gamma > E_B$, charakterystycznej dla danego materiału

Absorpcja fotonu przez elektron uwięziony w atomie – dostarczona przez foton energia wystarczająca na pracę wyjścia elektronu i uzyskanie przez uwolniony elektron pewnej energii kinetycznej, $E_e = E_\gamma - E_B$

Proces dominuje dla niskoenergetycznych fotonów ($E_\gamma < \text{kilka MeV}$)

→ mała energia uwalnianych elektronów

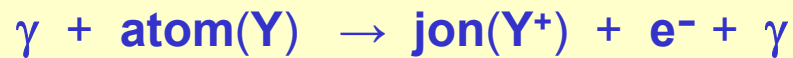
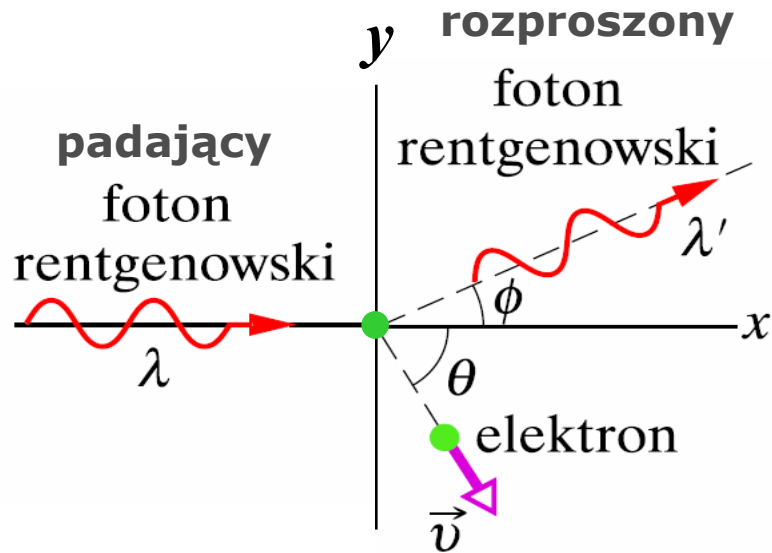
Rozpraszanie Comptona

1923 r doświadczenie Comptona

Rozpraszanie kwantów światła (fotonów) na swobodnych (słabo związanych) elektronach

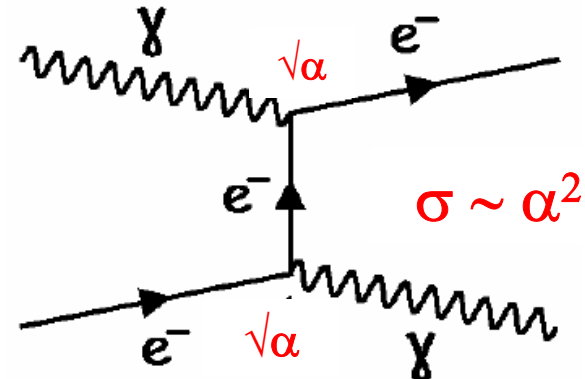
Doświadczenie Comptona pokazało, że fotony mają nie tylko energię ale również i pęd. Energia E i pęd p fotonów o częstotliwości ν i długości fali λ :

$$E = h\nu, p = h\nu / c = h / \lambda$$



Fotony zachowują się jak cząstki

- foton o długości fali λ oddziałuje ze spoczywającym elektronem
- długość fali rozproszonego fotonu $\lambda' > \lambda$
 $E_{\gamma(\text{out})} < E_{\gamma(\text{in})}$
rozproszenie fotonu pod kątem ϕ
- elektron porusza się po zderzeniu z prędkością v w kierunku θ

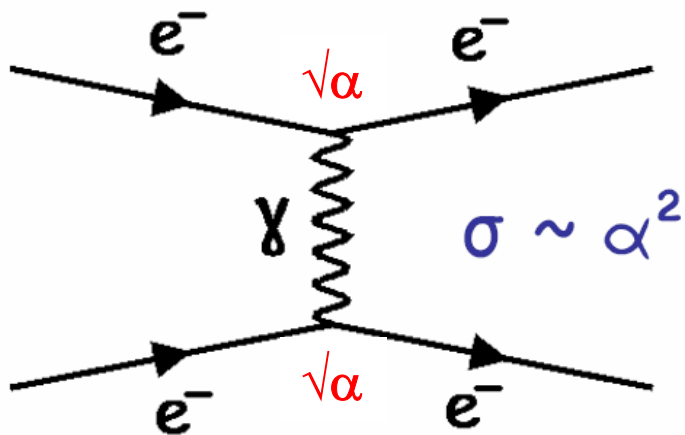


Rozpraszanie fotonów na elektronach

(fotony rentgenowskie – energie 200 eV – 100 keV)

Podstawowe procesy elektromagnetyczne

Rozpraszanie kulombowskie dwóch elektronów poprzez wymianę pojedynczego wirtualnego fotonu (o czterpędzie q)



Wkłady do amplitudy :

- wierzchołki - iloczyn sprzężeń

$$\sqrt{\alpha} \cdot \sqrt{\alpha} = \alpha \quad (\text{lub } e^2)$$

- propagator fotonu $\sim 1/q^2$

$$A \sim \alpha / q^2$$

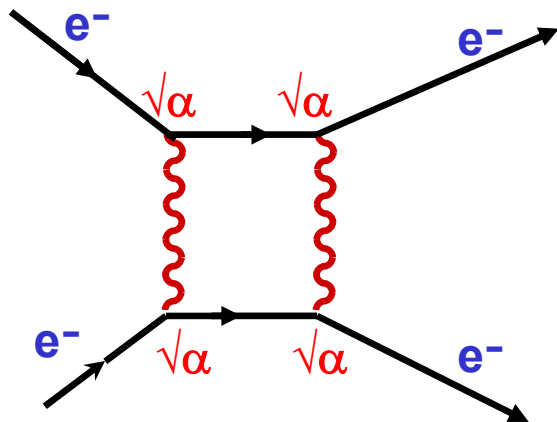
Rozpraszanie Rutherforda

→

różniczkowy przekrój czynny

$$d\sigma / dq^2 \sim \alpha^2 / q^4$$

jest rzędu α^2



Przyczynek do rozpraszania elektronów poprzez wymianę dwufotonową

→ wkład do przekroju czynnego rzędu α^4

(wkłady od wymiany n - fotonów rzędu α^{2n} są tłumione)

Rozpraszanie Bhabby

$$e^+ + e^- \rightarrow e^+ + e^-$$

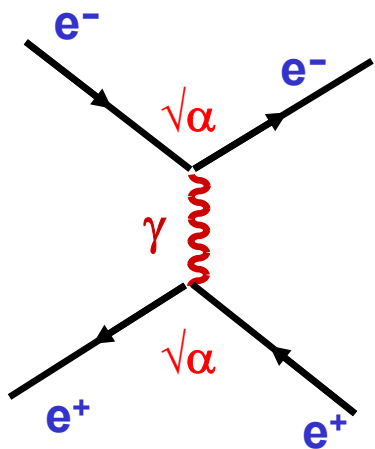


diagram wymiany

+

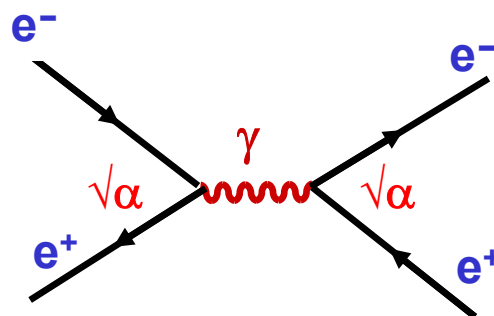


diagram anihilacji

W najniższym rzędzie rachunku zaburzeń interferencja dwóch amplitud :

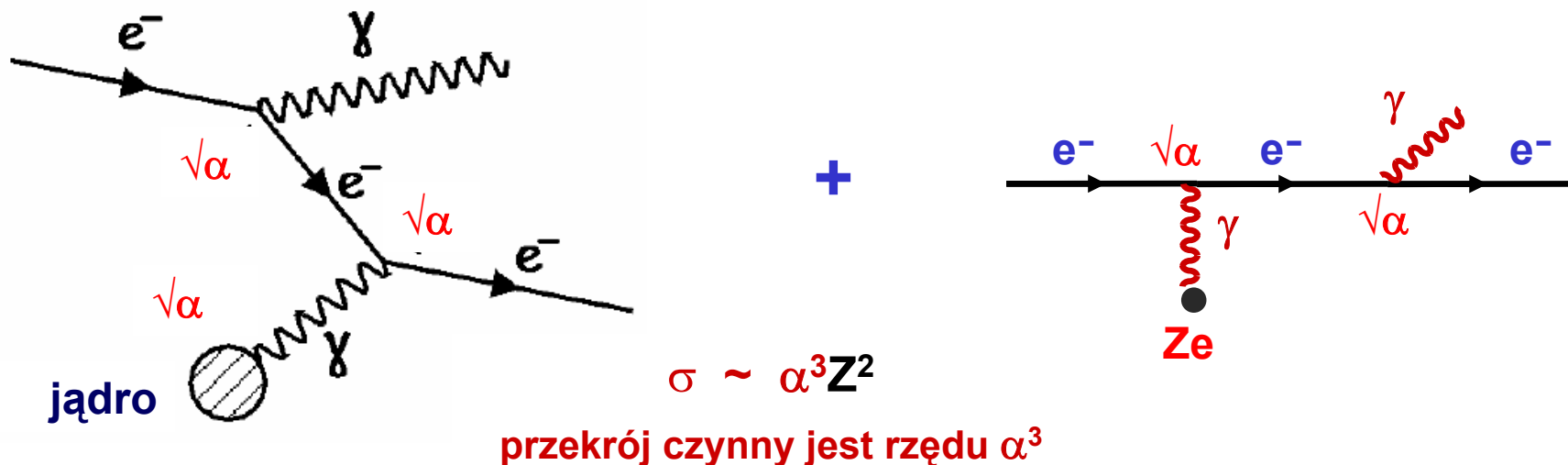
- odpowiadającej procesowi zachodzącemu poprzez wymianę wirtualnego fotonu
- oraz związanej z wkładem od anihilacji cząstek

$$\sigma \sim \alpha^2$$

Podstawowe procesy elektromagnetyczne

Promieniowanie hamowania (bremsstrahlung)

emisja rzeczywistego fotonu przez elektron przyspieszany w polu jądra o ładunku Ze



W najniższym (wiodącym) rzędzie rachunku zaburzeń wkład od dwóch diagramów

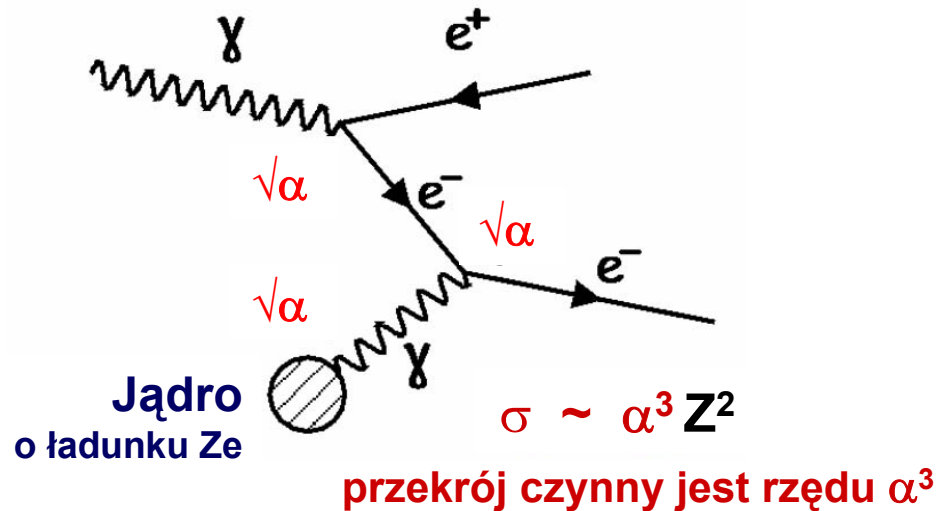
Wymiana wirtualnego fotonu z jądrem zapewnia zachowanie pędu w procesie

Pośrednie wirtualne stany elektronu umożliwiają emisję rzeczywistego fotonu w zgodzie z zachowaniem czteropędu

Kreacja pary e^+e^- przez foton w polu jądra



Energia progowa fotonu na produkcję pary elektron - pozyton w polu jądra – $2m_e c^2$

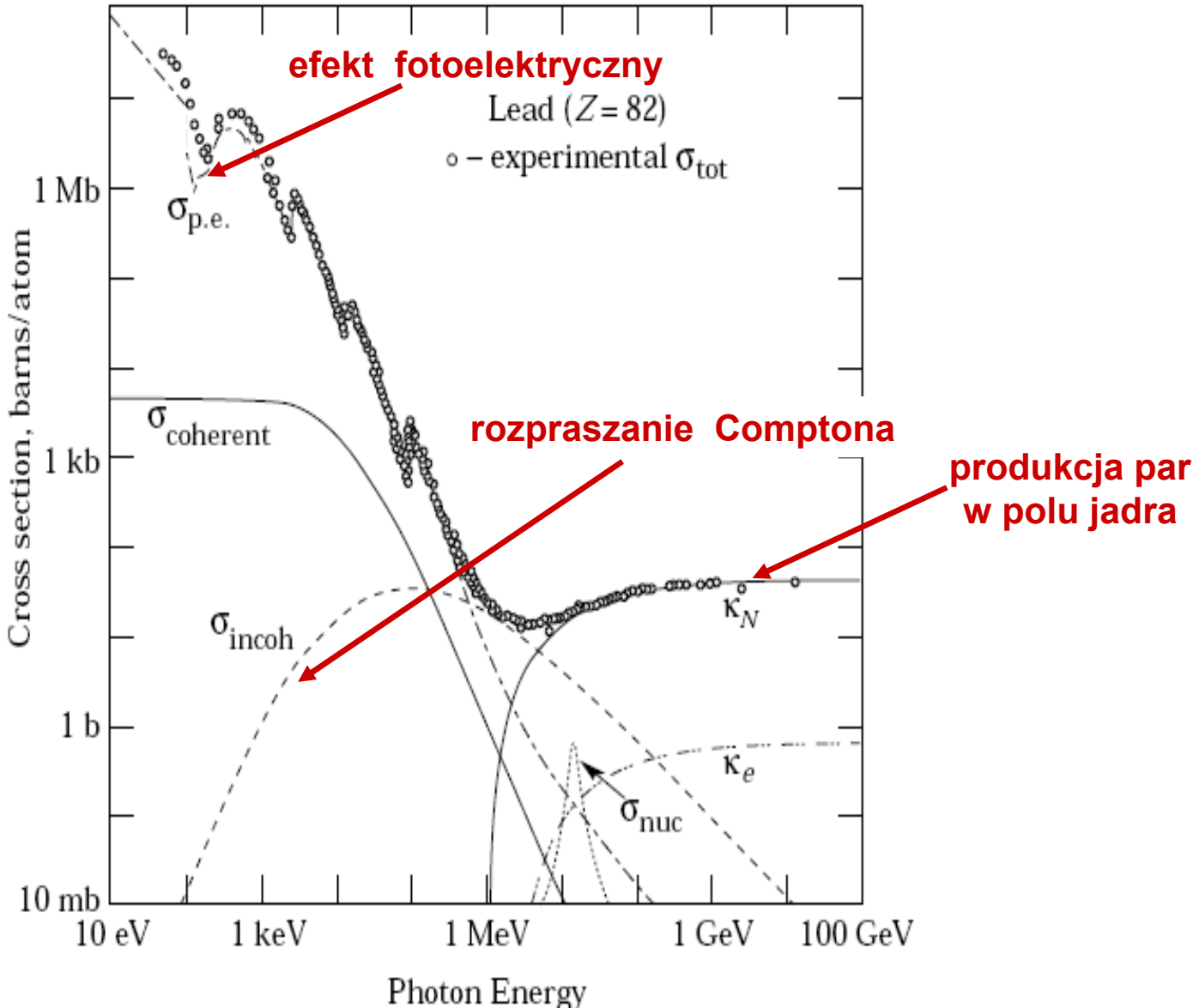


Rozpad swobodnego fotonu na parę e^+e^- ($\gamma \rightarrow e^+e^-$) jest zabroniony, ponieważ zasada zachowania energii i pędu nie jest równocześnie spełniona

Natomiast w polu jądra foton może konwertować na parę elektron-pozyton. Wymiana wirtualnego fotonu z jądrem zapewnia zachowanie czteropędu. (uwzględnienie pędu związanego z odrzutem jądra \rightarrow zachowanie pędu w procesie)

W oddziaływaniach fotonów z materią proces produkcji par e^+e^- dominuje w obszarze wysokich energii

Przekroje czynne na oddziaływanie fotonów z materią (dla ołowiu) w funkcji energii fotonu

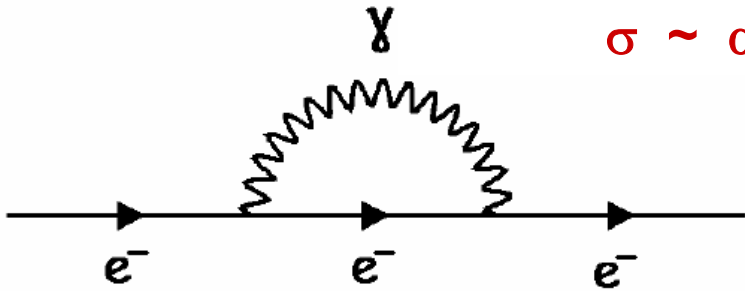


Diagramy "energii własnej"

QED

diagram pętlowy rzędu α^2

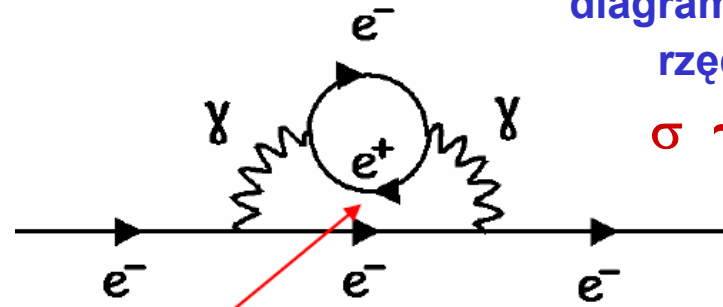
$$\sigma \sim \alpha^2$$



Pojedynczy "goły" elektron emituje i następnie pochłania wirtualny foton

diagram pętlowy rzędu α^4

$$\sigma \sim \alpha^4$$

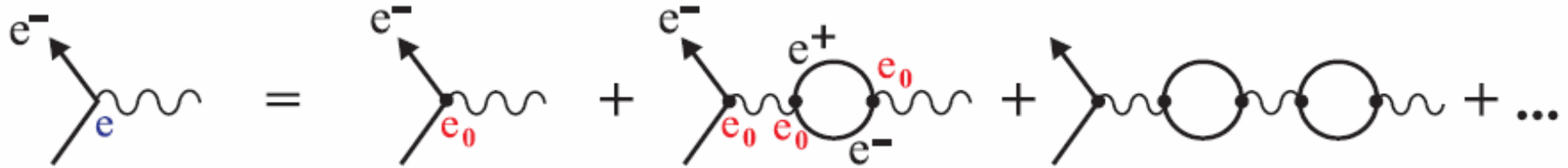


Elektron emituje wirtualny foton, który następnie fluktuuje na parę e^+e^- . Wirtualna para e^+e^- sprzęga się z kolei do fotonu pochłanianego przez elektron
→ elektron emituje i pochłania wirtualną parę elektron-pozyton

- elektron nieustannie emituje i (re)absorbuje wirtualne fotony oraz (pośrednio) pary elektron-pozyton
- te kwantowe fluktuacje prowadzą do mierzalnych efektów tzw. efektów polaryzacji próżni (ekranowanie ładunku elektr., bieżąca stała sprzężenia w QED)
- linie elektronowe na diagramach Feynmana odp. "gołym" elektronom, elektronom bez samooddziaływania
"goła" masa m_0 / "goły" ładunek e_0 elektronu - są wielkościami niemierzalnymi
- prawdziwe cząstki, których parametry (masa, ładunek) mierzymy - "gołe" cząstki ubrane w chmurę cząstek wirtualnych (fotony, pary e^+e^-), powstających w procesach opisanych przez diagramy „energii własnej” (diagramy pętlowe).

Diagramy "energii własnej"

Diagramy "energii własnej" dają wkład do masy i ładunku elektronu mierzonych w eksp.



ładunek fizyczny e

"goły" ładunek e_0

wkłady od diagramów pętlowych ...

Masa i ładunek elektronu stają się nieskończone przy uwzględnianiu diagramów energii własnej coraz wyższego rzędu

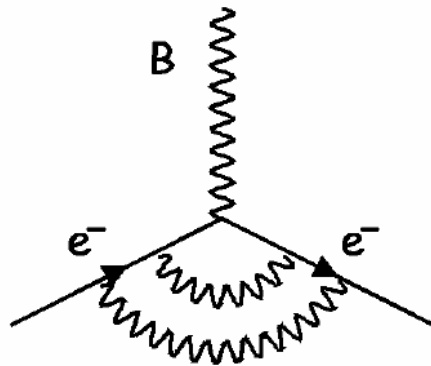
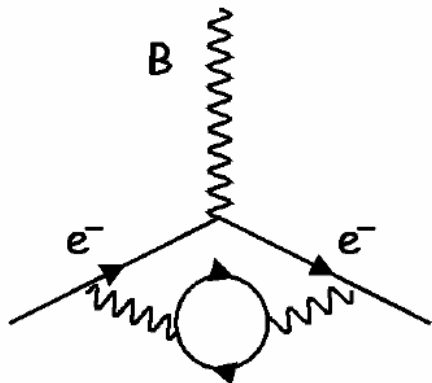
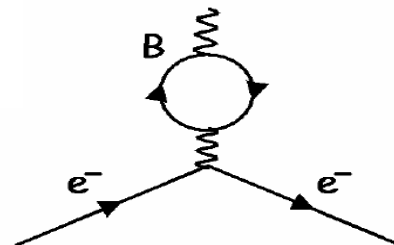
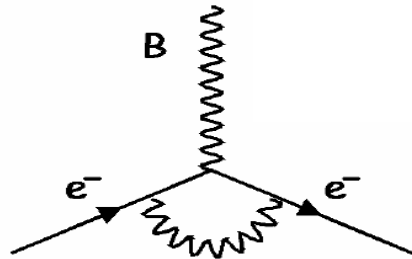
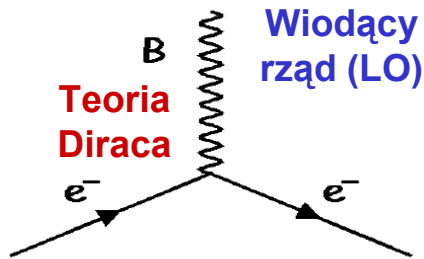
- Wkłady od diagramów pętlowych mają postać $\int dk / k$ i nie ma ograniczenia na maksymalny pęd k wirtualnego elektronu w pętli (dla dostatecznie krótkich fluktuacji, zgodnie z zasadą nieoznaczoności) \rightarrow w obliczeniach pojawiają się logarytmiczne rozbieżności
- goły ładunek e_0 (masa m_0) zawsze występują z bezwymiarowym czynnikiem (I) zawierającym rozbieżną całkę

Procedura renormalizacji uwalnia od problemu nieskończoności :
predefiniowanie masy i ładunku elektronu poprzez przyrównanie do fizycznych wartości mierzonych doświadczalnie

$$m_{\text{measur}} = I \cdot m_0, \quad e_{\text{measur}} = I \cdot e_0$$

Moment magnetyczny elektronu

- **Równanie Diraca** - relatywistyczny opis elektronu jako punktowej cząstki o spinie $s = \hbar/2$ i momencie magnetycznym $\mu = g e s / 2mc$, g – czynnik gyromagnetyczny
Teoria Diraca przewiduje $g = 2$ $\rightarrow \mu = e\hbar / 2mc = \mu_B$ (magneton Bohra).
- **QED** : oddziaływanie elektronu z fluktuacjami próżni $\rightarrow g \neq 2$
- Moment magnetyczny elektronu wyznaczamy badając jego oddziaływanie z zewnętrznym polem magnetycznym



Poprawki radiacyjne wyższych rzędów
reprezentacja szeregu perturbacyjnego
względem potęg α

Moment magnetyczny elektronu

QED : obliczenia teoretyczne momentu magnetycznego elektronu mają bardzo dużą dokładność, rzędu 10^{-9} , i uwzględniają poprawki wyższych rzędów łącznie z wkładami od ciężkich cząstek (bozonów pośredniczących, bozonu Higgsa) cząstek supersymetrycznych (" nowa fizyka ")...

$$g = 2 + \frac{\alpha}{\pi} - 0.32848 \left(\frac{\alpha}{\pi} \right)^2 + \dots$$

$$\frac{g - 2}{2} = (1159652307 \pm 110) \times 10^{-12}$$

wynik teoretyczny

$$(1159652193 \pm 10) \times 10^{-12}$$

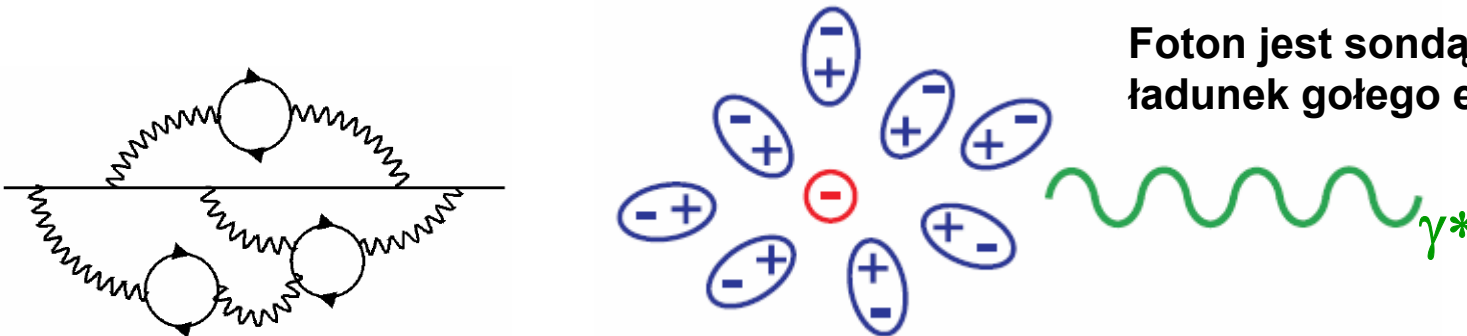
wartość doświadczalna

Większa niedokładność przewidywań teoretycznych niż eksperymentalnych wynika z niepewności pomiaru wartości α

Konsekwencją procedury renormalizacji w QED jest (logarytmiczna) zależność stałej sprzężenia α od skali energii charakterystycznej dla danego pomiaru

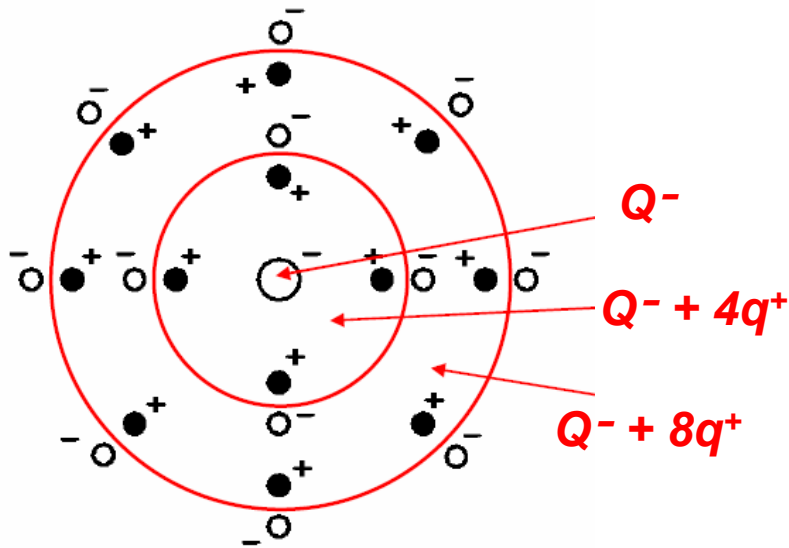
Renormalizacja \rightarrow bieżąca stała sprzężenia

Miarą siły oddziaływania elektromagnetycznego w QED jest bezwymiarowa stała sprzężenia α związana z ładunkiem elektrycznym elektronu : $\alpha = e^2 / 4\pi$



Foton jest sondą "mierzącą" ładunek gołego elektronu

Efekty polaryzacji próżni związane z kreacją krótkożyjących wirtualnych par e^+e^- prowadzą do ekranowania gołego ładunku elektronu.



- Ładunek gołego elektronu jest ekranowany przez dodatnie ładunki pozytonów z wirtualnych par e^+e^-
- im krótsza długość fali sondującego fotonu ($\lambda \sim 1 / p$) tym na mniejszych odległościach ($\Delta p \Delta x \sim \hbar$) jest próbkowany goły ładunek elektronu, a tym samym foton "widzi" efektywnie większy ładunek elektronu (wkład od polaryzacji próżni jest mniejszy)
- na dużych odległościach, czyli dla małych pędów, efekty ekranowania powodują, że efektywny ładunek jest mniejszy od gołego ładunku

Ładunek i stała sprzężenia α rosną wraz z energią

(biegnąca stała sprzężenia)

Elektromagnetyczna efektywna stała sprzężenia zależy od przekazu pędu (q)

Równanie grupy renormalizacyjnej $\rightarrow \alpha$ możemy przedstawić w postaci rozwinięcia w szereg w potęgach $\ln(q^2 / \mu^2)$; μ - referencyjna energia (skala renormalizacji)

$$\frac{1}{\alpha(\mu^2)} = \frac{1}{\alpha(q^2)} + \beta_0 \ln\left(\frac{q^2}{\mu^2}\right) + \dots, \quad \beta_0 = \frac{1}{12\pi} (4n_f - 11n_b)$$

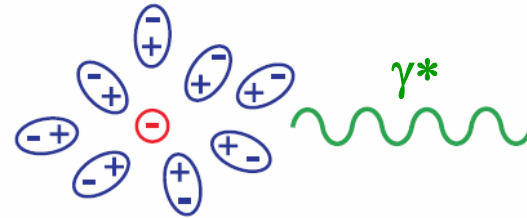
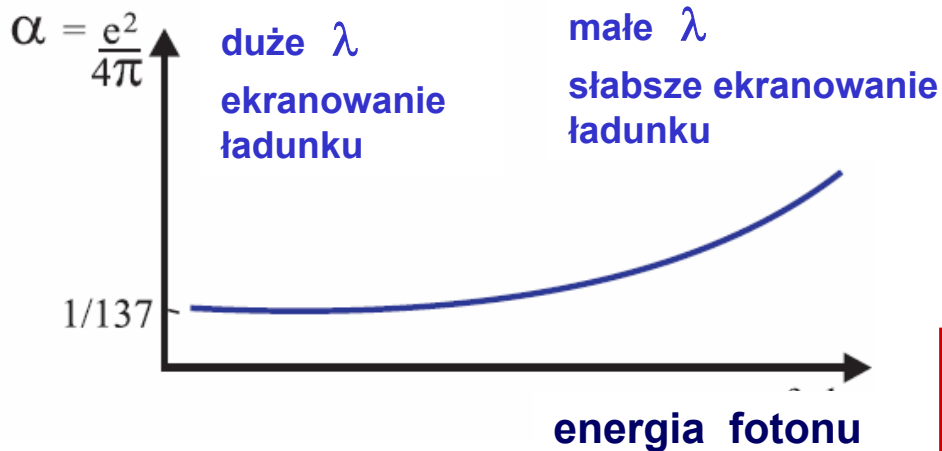
Współczynnik β_0 wyraża się przez liczbę rodzajów fermionów (n_f) i samooddziaływających bozonów (n_b) występujących w diagramach pętlowych dających wkład do polaryzacji próżni

QED : $n_b = 0$ (bozony pośredniczące, fotony, nie oddziałują ze sobą \rightarrow brak pętli z fotonami), przy dużych energiach liczba rodzin fermionów $n_f = 3 \rightarrow \beta_0 = 1 / \pi$

$$\alpha_{em}(q^2) = \frac{\alpha(\mu^2)}{\left[1 - \frac{1}{\pi} \alpha(\mu^2) \ln(q^2 / \mu^2)\right]}$$

Biegająca stała sprzężenia QED

Elektromagnetyczna stała sprzężenia rośnie b. powoli (logarytmicznie) wraz z przekazem pędu



QED opisuje jak stała sprzężenia α zmienia się z przekazem pędu, ale jej wartość absolutna jest wyznaczona z eksperymentu

$$\alpha(0) \approx \frac{1}{137}$$

W granicy $q^2 \rightarrow 0$ α odpowiada pomiarowi ładunku elektrycznego na dużych odległościach

$$\alpha(m_Z^2) \approx \frac{1}{128}$$

Efektywna stała sprzężenia α przy przy skali odp. masie bozonu Z^0 jest odpowiednio większa

(pomiar ładunku elektrycznego na małych odległościach)