

Liczby kwantowe

- niezachowanie liczby barionowej - modele GUT – rozpad protonu
- liczba leptonowa
- spin
- skrętność (helicity)
- parzystość przestrzenna

Teorie wielkiej unifikacji – rozpad protonu

- **Teoria GUT – Grand Unified Theory**

unifikacja oddziaływań elektromagnetycznych, słabych i silnych :

grupa symetrii oddz. elektroslabych $SU(2)_{\text{weak}} \times U(1)_{\text{em}}$ i grupa symetrii oddz. silnych $SU(3)_{\text{kolor}}$ "zanurzone" w większej grupie symetrii

Symetria ta ujawniałaby się przy bardzo wysokiej energii ($E_{\text{GUT}} \sim 10^{16} \text{ GeV}$)

– przy tej skali energii efektywne stałe sprzężenia poszczególnych oddziaływań przecinają się w jednym punkcie – jedna uniwersalna stała sprzężenia α_{GUT}

- **pierwszy model GUT – Georgi i Glashow (1974), teoria z grupą cechowania SU(5)**



- Podstawowe multiplety zawierają zarówno leptony jak i kwarki
- Masywne bozony cechowania X i Y
(12 nowych kolorowych bozonów cechowania z ładunkiem elektr. -4/3 i -1/3)
- Dozwolone procesy kwark \rightleftharpoons lepton i kwark \rightleftharpoons antykwark
- Niezachowanie liczby barionowej i leptonowej (zachowane B - L)
→ dozwolony rozpad protonu (oczywiście proton jest b. długożyciowy)

Model Standardowy : $SU(3)_{\text{kolor}} \times SU(2)_{\text{weak}} \times U(1)_{\text{em}}$

• Biegające stałe sprzężenia

- zależność efektywnych stałych sprzężenia od energii (od odległości)

• Stała sprzężenia oddziaływań elektromagnetycznych

(związana z abelową grupą $U(1)$) **rośnie wraz z energią**

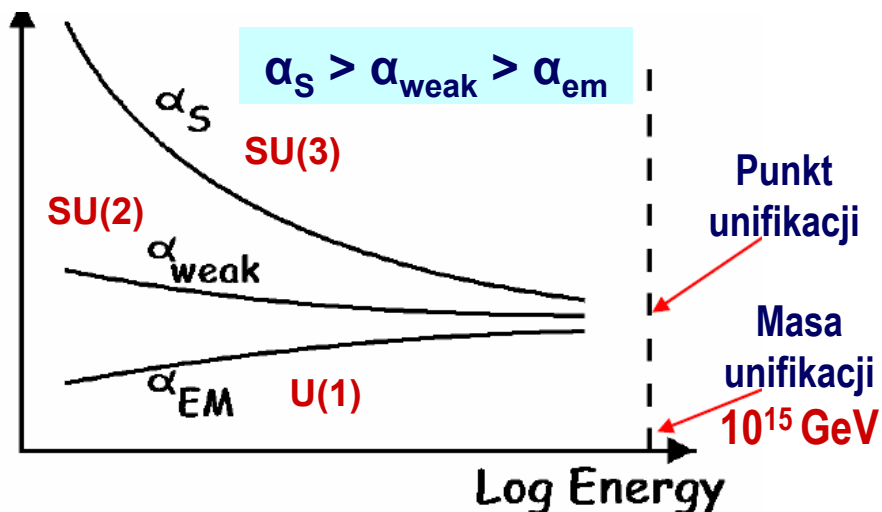
• Stałe sprzężenia związane z grupami nieabelowymi ($SU(2)$ i $SU(3)$)

maleją wraz z energią (dla oddz. silnych takie zachowanie wynikające z symetrii cechowania $SU(3)$ nosi nazwę asymptotycznej swobody)

Ekstrapolacja stałych sprzężenia od energii odp. skali elektroslabej
($E \sim 100$ GeV, do takiej skali energii są pomiary) **do skali unifikacji GUT**

→ **stałe sprzężenia przecinają się w jednym punkcie** → α_{GUT}

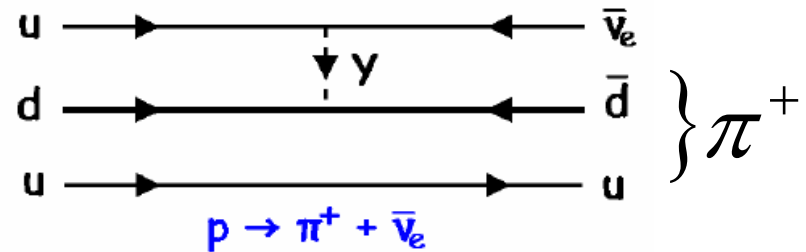
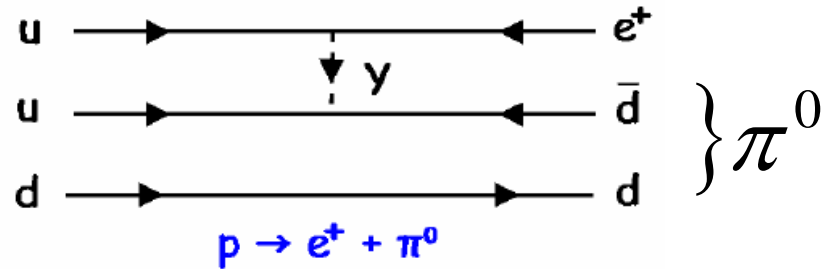
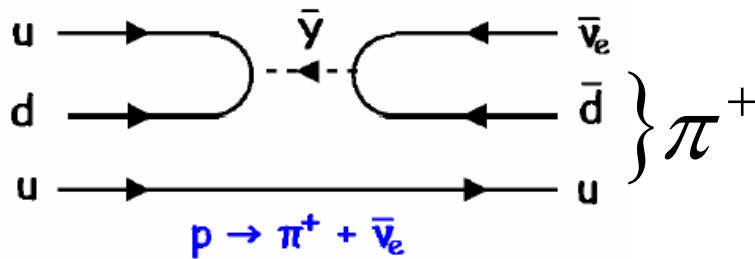
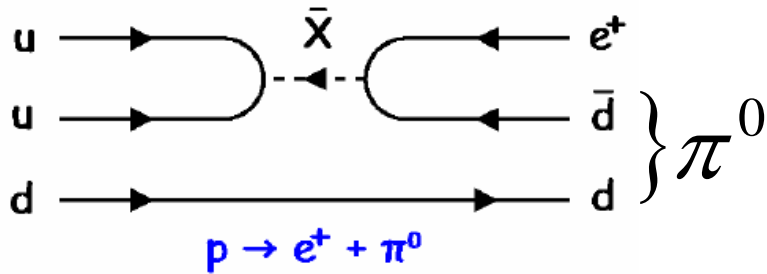
Siła oddziaływania



- pomiary przy niskich energiach przed eksp. na zderzacz e^+e^- LEP w CERN
 $SU(5)$: $E_{\text{GUT}} \sim 3 \cdot 10^{14}$
- precyzyjne pomiary na LEP (Z^0)
stałe sprzężenia nie przecinają się w jednym punkcie
- **model $SU(5)$ + supersymetria (!)**
 $E_{\text{GUT}} \sim 3 \cdot 10^{16}$ GeV, przecięcie stałych sprzężenia w jednym punkcie

Rozpad protonu

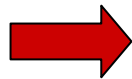
Proton (uud)



Diagramy opisujące rozpad protonu w modelu SU(5) w wyniku wymiany ciężkich bozonów X i Y (leptokwarków), $M_{X(Y)} \sim 10^{15} \text{ GeV}/c^2$

Model SU(5) bez supersymetrii :

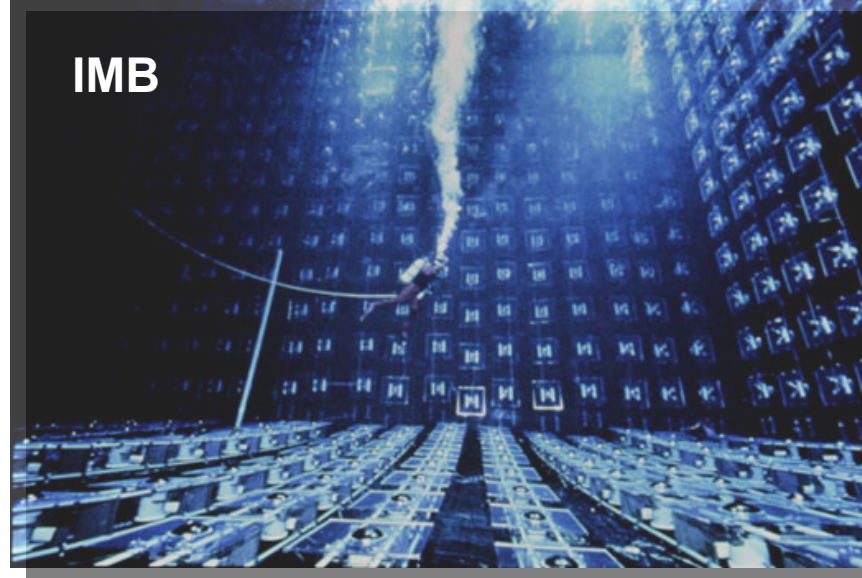
$$\tau_p = \frac{AM_X^4}{\alpha_{\text{GUT}}^2 M_p^2} \approx 10^{30 \pm 1} \text{ lat,} \\ (A \approx 1)$$



Przewidywania SU(5) niezgodne z wynikami eksperymentalnymi

$$\tau_p (p \rightarrow e^+ + \pi^0) > 5 \times 10^{33} \text{ lat}$$

Modele GUT z supersymetrią → dłuższe czasy życia protonu ($10^{32} - 10^{35}$ lat)

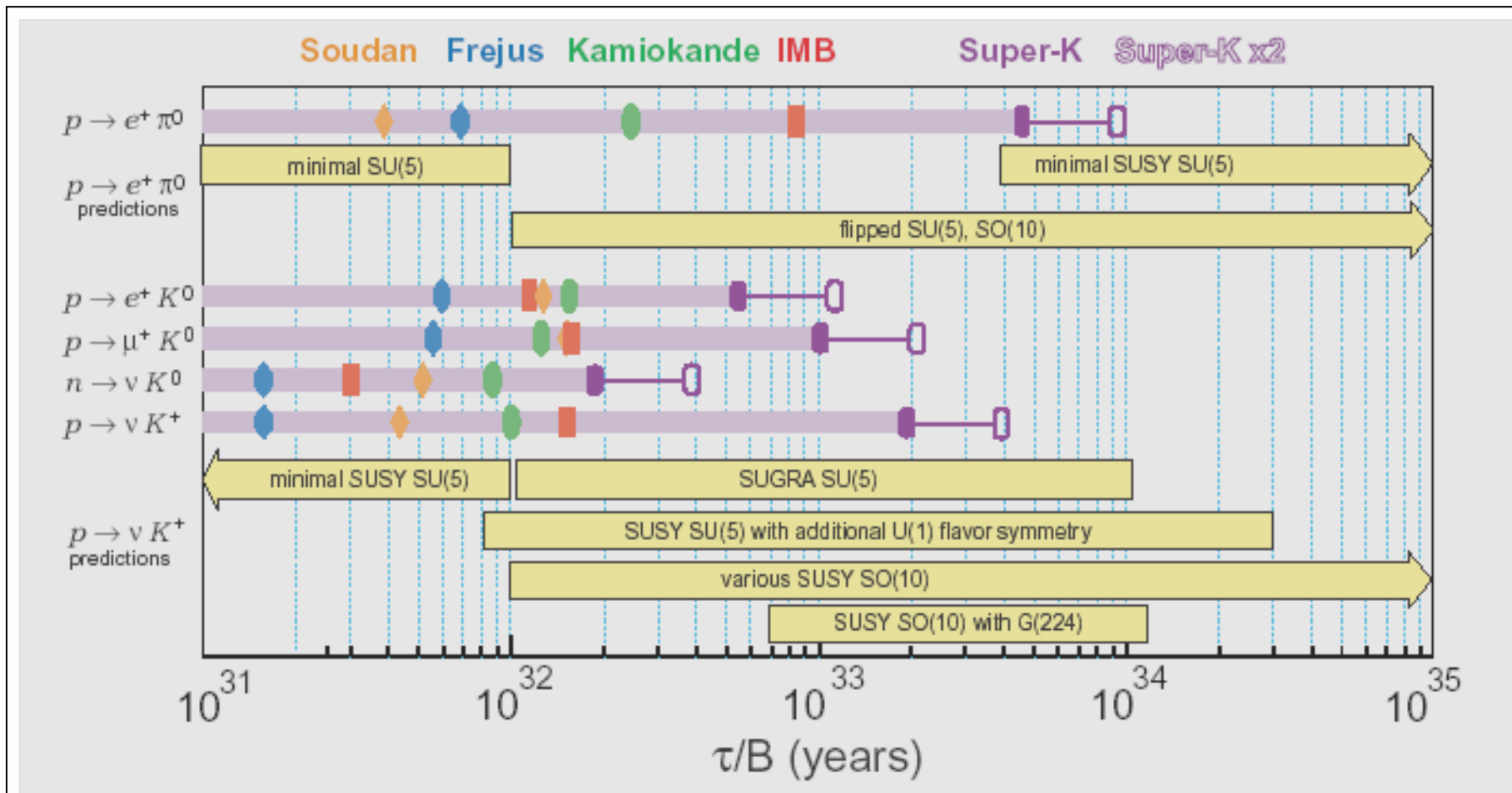


Warunki eksperymentalne (τ_p 10^{32-35} lat ??)

- **wielotonowe detektory**
mają liczbę protonów rzędu 10^{32-35}
1000 ton materii – ok. $3 \cdot 10^{32}$ protonów
- **umieszczone głęboko pod ziemią**
redukcja tła od promieniowania kosmicznego
- **różne kanały rozpadu**
- **rozpad $p \rightarrow e^+ + \pi^0$, $\pi^0 \rightarrow 2\gamma$**
b. dobra sygnatura – elektrony rejestrowane
za pomocą wodnych liczników promieniowania Czerenkowa ; fotony z rozpadu π^0
konwertują na relatywistyczne pary elektron-pozyton w polu kulombowskim jąder tlenu

- **Eksp. Irvine – Michigan – Brookhaven (1983 -1990)** – pierwszy wielki wodny detektor
– masa 8000 ton, ~2000 fotopowielaczy
- **Eksp. Superkamiokande** – największy wodny detektor (działa od 1993)
– masa 50 000 ton, ~11 000 fotopowielaczy
- **Eksperymenty z żelaznymi matrycami (źródło protonów)**
+ **elektroniczne detektory śladowe (Soudan, Frejus i Nusex)**

Eksperymentalne ograniczenia na czas życia protonu w porównaniu z przewidywaniami teoretycznymi (modele GUT, SUSY)

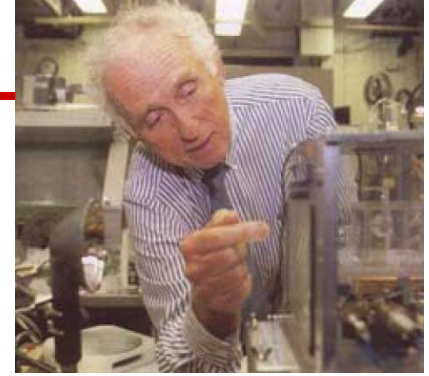
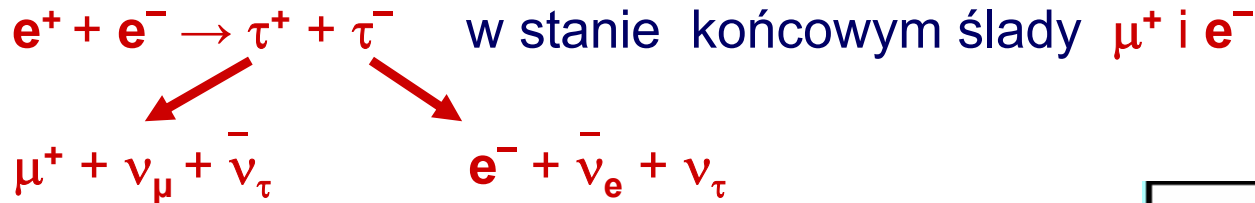


Liczba leptonowa

- 3 generacje par leptonowych (naładowany i neutralny lepton) o spinie $\frac{1}{2}$
 $(e^-, \nu_e), (\mu^-, \nu_\mu), (\tau^-, \nu_\tau)$
- każdy typ (zapach) leptonów posiada odpowiednią liczbę leptonową L_e, L_μ i L_τ , która jest zachowana przez wszystkie oddziaływania opisywane Modelem Standardowym z bezmasowymi neutrinami
do niedawna oddzielne zachowywanie trzech liczb leptonowych L_e, L_μ i L_τ było całkowicie zgodne ze wszystkimi danymi doświadczalnymi
- Liczne eksperymenty neutrinowe (począwszy od 1998, SuperKamiokande) ewidencja na oscylacje neutrin → neutrino mają masę
(małą w porównaniu z masą elektronu)
oscylacje zapachu neutrin :
przejścia między neutrinami o różnych zapachach (np. $\nu_\mu \rightarrow \nu_\tau$)
➡ naruszone oddzielne zachowanie liczb leptonowych L_e, L_μ i L_τ

• 1975 Odkrycie ciężkiego naładowanego leptonu τ

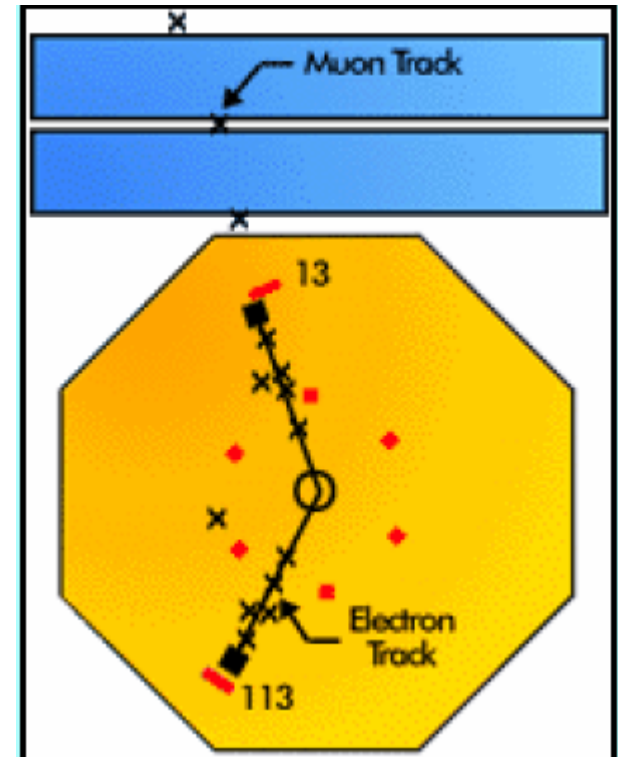
zderzacz e^+e^- w Stanford (SLAC), M. Perl



Zachowanie przekroju czynnego i jego wielkość zgodne z produkcją punktowej cząstki Diraca o spinie $\frac{1}{2}$

Masa $\tau \sim 1777 \text{ MeV} \sim 3480 m_e$

τ jest jedynym naładowanym leptonem, który oprócz rozpadów czysto leptonowych posiada również rozpady na hadrony

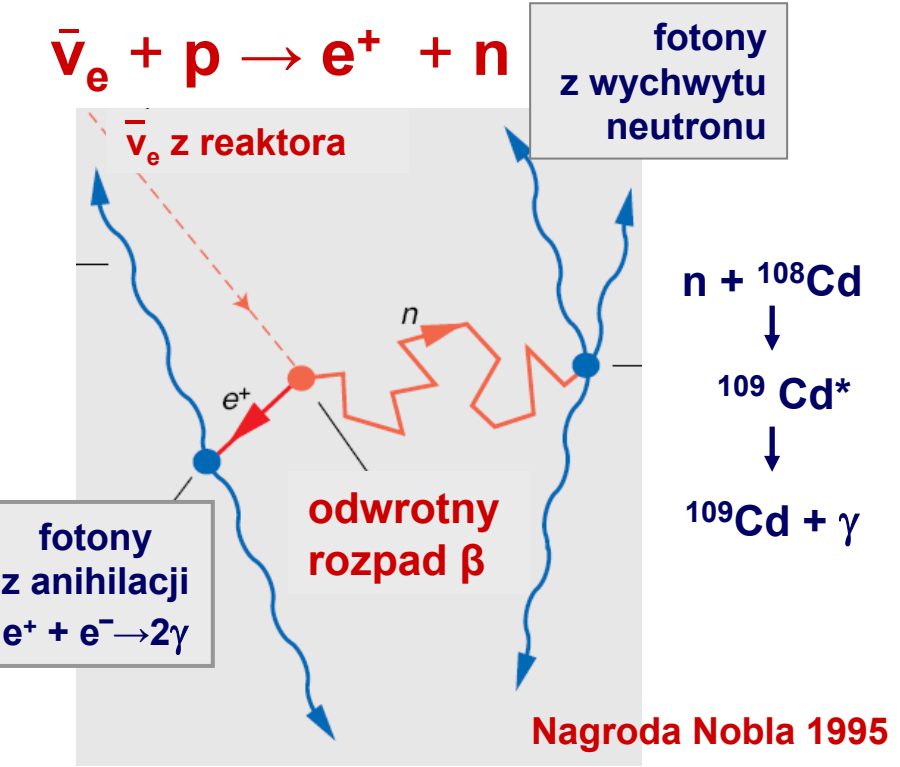


Odkrycie τ wpłynęło na poszukiwania towarzyszącego mu neutrina taonowego i nadzieję na odkrycie kwarków trzeciej generacji

Odkrycia neutrin elektronowych, mionowych i ...

1956 eksperyment Reinesa – Cowana

Detekcja oddziaływań antyneutrino elektronowych z reaktora jądrowego Savannah River w zbiorniku (H₂O + CdCl₂) otoczonym licznikami scyntylacyjnymi

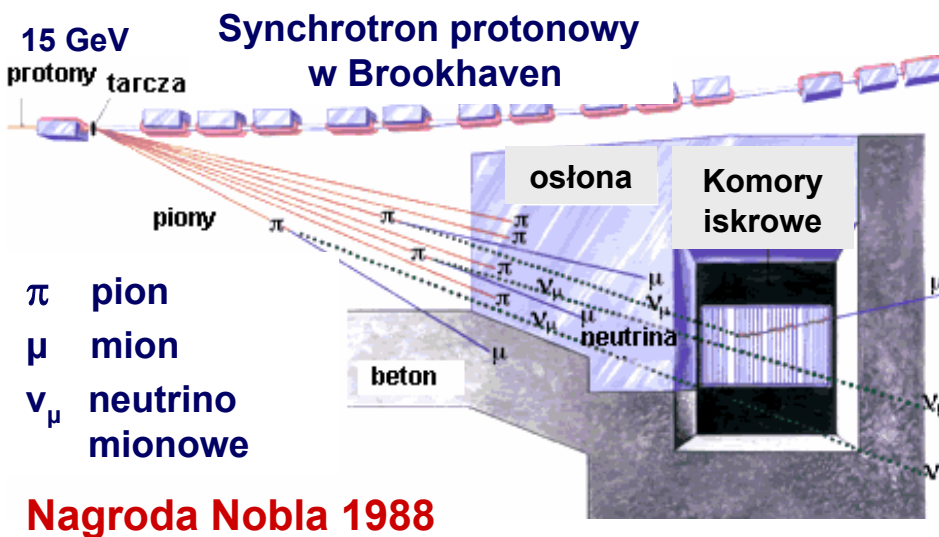


Detekcja fotonów z wychwytu neutronu
5 μs po sygnale anihilacji pozytonu

1962 odkrycie neutrino mionowego
M. Lederman, M. Schwartz i J. Steinberger

brak rozpadu $\mu \rightarrow e + \gamma$ (foton)
➔ istnienie dwóch różnych neutrino ??

- wysokoenergetyczna akceleratorowa wiązka neutrino z rozpadów $\pi \rightarrow \mu + \nu$
 - w wyniku oddziaływań tych neutrino z materią produkują się głównie miony
- neutrino z rozpadu π (ν_μ) różne od neutrino (ν_e) z rozpadu jądrowego β**



• **Odkrycie neutrina taonowego ...**

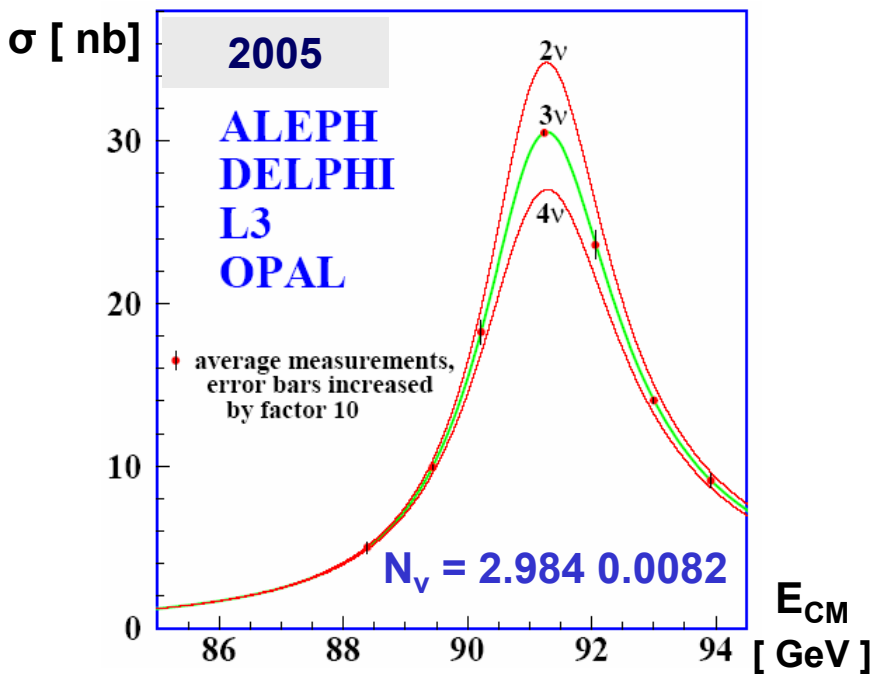
1990 liczba zapachów lekkich neutrin

Eksperymenty na wielkim zderzaczu $e^+ e^-$
LEP w CERNie :

pomiar szerokości bozonu Z^0



istnieją 3 zapachy lekkich neutrin

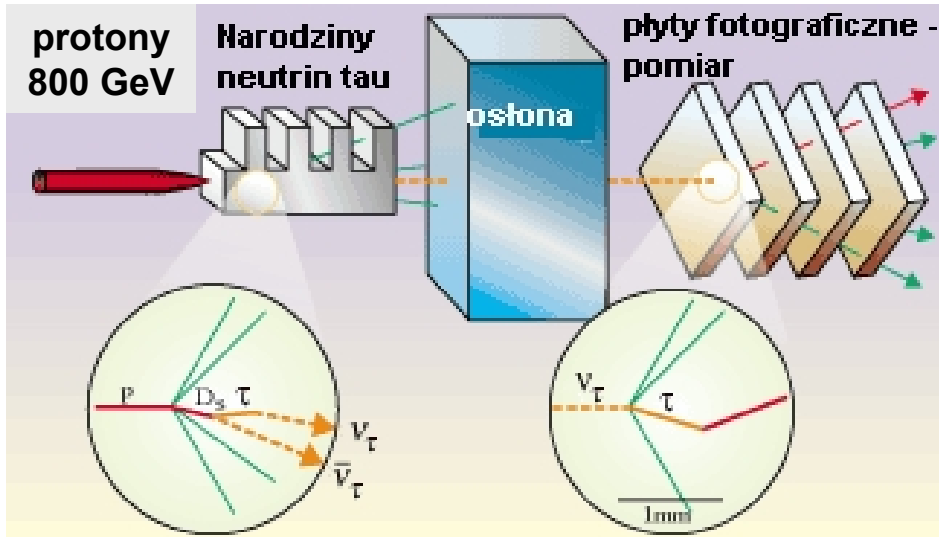


przekrój czynny $\sigma(e^+e^- \rightarrow Z^0 \rightarrow \text{hadrony})$
w funkcji energii w układzie środka masy

2000 eksp. DONUT w Fermilabie
Direct Observation of Nu Tau

Rejestracja oddziaływań ν_τ w tarczy z płyt żelaznych i bloków emulsyjnych

$$\nu_\tau + N \rightarrow \tau^- + X$$



Sygnatura leptonu τ : ślad długości ~ 1 mm
+ zakrzywienie odp. rozpadowi

$$\tau \rightarrow 1 \text{ prong} + \text{neutrals} \quad (\sim 86\%)$$

Znaleziono 4 przypadki odpowiadające oddziaływaniom ν_τ

Liczba leptonowa L

leptony	$L = + 1$
antyleptony	$L = - 1$
inne cząstki	$L = 0$

**Model Standardowy
z bezmasowymi neutrinami**

Zarówno całkowita liczba leptonowa L jak i liczby leptonowe L_e , L_μ i L_τ odpowiadające różnym zapachom leptonowym są zachowywane w oddziaływaniach silnych, elektromagnetycznych i słabych

e^- i ν_e mają	$L_e = 1$	e^+ i $\bar{\nu}_e$ mają	$L_e = -1$
μ^- i ν_μ mają	$L_\mu = 1$	μ^+ i $\bar{\nu}_\mu$ mają	$L_\mu = -1$
τ^- i ν_τ mają	$L_\tau = 1$	τ^+ i $\bar{\nu}_\tau$ mają	$L_\tau = -1$

Liczba leptonowa

$$\gamma + N \rightarrow e^+ + e^- + N$$

elektromagnetyczna produkcja pary e^+e^-

$L_e:$	0	0	-1	+1	0
--------	---	---	----	----	---

$$\pi^+ \rightarrow \mu^+ + \nu_\mu$$

słaby rozpad π

$L_\mu:$	0	-1	+1	
----------	---	----	----	--

$$\mu^+ \rightarrow e^+ + \nu_e + \bar{\nu}_\mu$$

słaby rozpad μ

$L_e:$	0	-1	+1	0
$L_\mu:$	-1	0	0	-1
$L:$	-1	-1	+1	-1

Liczba leptonowa

	μ^+	\rightarrow	e^+	+	γ	
$L_e :$	0		-1		0	\leftarrow niezachowanie liczb leptonowych L_e i L_μ
$L_\mu :$	-1		0		0	\leftarrow
$L :$	-1		-1		0	całkowita liczba leptonowa L zachowana

Dotychczas nie zaobserwowano rozpadu $\mu^+ \rightarrow e^+ + \gamma$, stosunek rozgałęzienia dla tego rozpadu $< 10^{-9}$

Liczba leptonowa

Doświadczalne ograniczenie na niezachowanie liczby leptonowej

– średni czas życia dla bezneutrinowego podwójnego rozpadu β ^{76}Ge

$$\tau (^{76}\text{Ge} \rightarrow ^{76}\text{Se} + 0\nu + e^- + e^+) > 10^{26} \text{ lat}$$

Rozpad ten jest wynikiem przemiany dwóch neutronów w dwa protony i dla standardowego rozpadu β w stanie końcowym powinny pojawić się dwa antyneutrino elektronowe

$$2n \rightarrow 2p + 2e^- + 2\bar{\nu}_e \text{ (tutaj neutrino jest } \mathbf{\text{neutrinem Diraca}} \text{ , cząstką o spinie } \frac{1}{2} \text{ występującą tylko w jednym stanie spinowym, neutrino } \nu \text{ jest lewoskrętne, antyneutrino } \bar{\nu} \text{ jest prawoskrętne)}$$

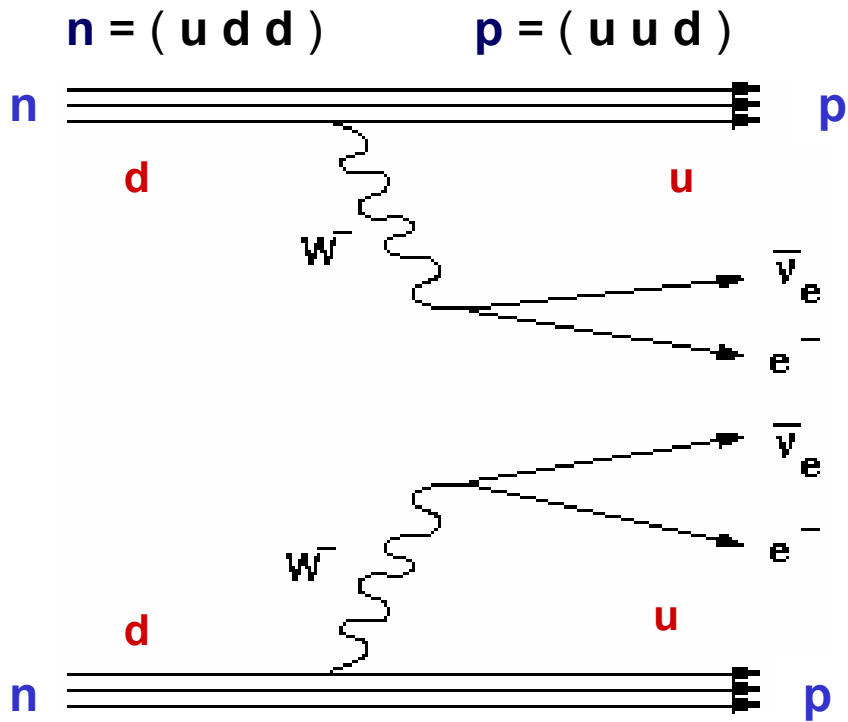
Neutrino Majorany : $\nu \equiv \bar{\nu}$, jedna cząstka o spinie $\frac{1}{2}$, występująca w dwóch stanach o różnych skrętnościach

Przemiana ^{76}Ge w ^{76}Se może przebiegać w dwóch etapach :

1. rozpad neutronu z emisją neutrina $n \rightarrow p + e^- + \nu_{eR}$
2. absorpcja neutrina przez neutron $\nu_{eR} + n \rightarrow p + e^-$, zachodzi jedynie dla neutrin o niezerowej masie

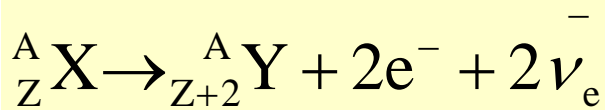
Sygnatura dla bezneutrinowego podwójnego rozpadu β :

elektrony o ściśle określonej energii całkowitej

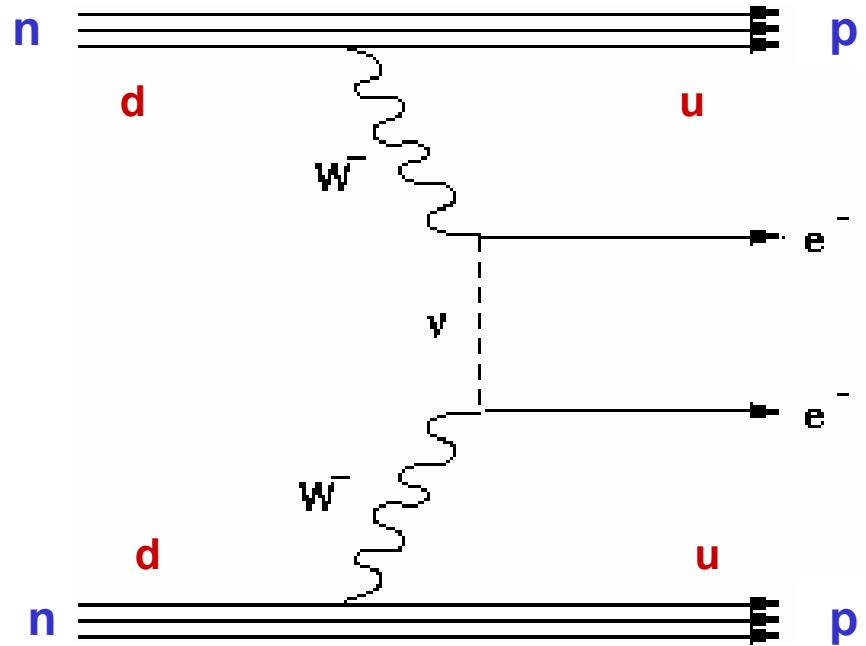


Podwójny rozpad β

dwa neutrony wewnątrz jądra zamieniają się w protony z emisją dwóch elektronów i dwóch antyneutrino elektronowych

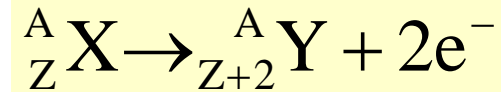


Liczba leptonowa nie jest zachowana
proces zabroniony w Modelu Standardowym
z bezmasowymi neutrino



Bezneutrinowy podwójny rozpad β

wymiana posiadającego masę neutrino Majorany m-dy dwoma bozonami W^-



Energia elektronów określona poprzez różnicę energii wiązania jądra w stanie początkowym i końcowym

Moment pędu

Cząstki elementarne mogą posiadać :

- **Orbitalny moment pędu** związany z ruchem cząstki i mający odpowiednik w fizyce klasycznej
- **Spin** – wewnętrzny moment pędu, będący **wewnętrzną liczbą kwantową** wynikającą z efektów kwantowo – mechanicznych

- Całkowity moment pędu \vec{J} jest sumą orbitalnego momentu pędu \vec{L} i spinu \vec{S}

$$\vec{J} = \vec{L} + \vec{S}$$

- Funkcja falowa ψ cząstki posiadającej spin jest złożeniem przestrzennej funkcji falowej $\psi(\mathbf{r})$ i spinowej funkcji falowej χ : $\psi = \psi(\mathbf{r})\chi$
- Niezmienniczość hamiltonianu względem obrotów o mały kąt $\delta\Theta$ względem kierunku \mathbf{n} prowadzi do prawa zachowania całkowitego momentu pędu

Unitarny operator obrotów $\hat{R}_{\mathbf{n}}(\delta\Theta) = (1 + i\delta\Theta\hat{\mathbf{J}}\cdot\mathbf{n})$ wyraża się poprzez hermitowski

operator całkowitego momentu pędu $\hat{\mathbf{J}}$ \longrightarrow $[\hat{\mathbf{J}}, H] = 0$

\longrightarrow całkowity moment pędu jest zachowany

Orbitalny moment pędu

Fizyka klasyczna

$$\vec{L} = \vec{r} \times \vec{p}$$

Mechanika kwantowa

zasada nieoznaczoności Heisenberga \longrightarrow wartości r i p są skwantowane
 \longrightarrow wartości L przyjmują dyskretne wartości

Dla cząstki bezspinowej zachowanie orbitalnego momentu pędu wynika z niezmienniczości hamiltonianu względem obrotów w przestrzeni

Operator orbitalnego momentu pędu L jest generatorem transformacji infinityzmalnych obrotów \check{R} w przestrzeni wokół osi zadanej jednostkowym wektorem n

$$\check{R}_n(\delta\Theta) = (1 + i \delta\Theta L \cdot n) \longrightarrow [L, H] = 0$$

Potrafimy jednocześnie zmierzyć wielkość krętu oraz jego składową względem wybranego kierunku w przestrzeni $[L^2, L_z] = 0$

Stany własne operatora L^2 i L_z , $|\psi_{lm}\rangle$, spełniają równania własne:

$$L^2 |\psi_{lm}\rangle = l(l+1)\hbar^2 |\psi_{lm}\rangle \quad \text{orbitalna liczba kwantowa } l = 0, 1, 2 \dots$$

$$L_z |\psi_{lm}\rangle = m\hbar |\psi_{lm}\rangle \quad \text{dla danego } l \text{ występuje } 2l+1 \text{ stanów odp. składowej z}$$

$m = -l, -l+1, \dots, l-1, l$

Orbitalny moment pędu w mechanice kwantowej

Przykład dla $l = 2$

wartość własna

odpowiadająca operatorowi L^2 :

$$l(l+1)\hbar^2 = 6\hbar^2$$

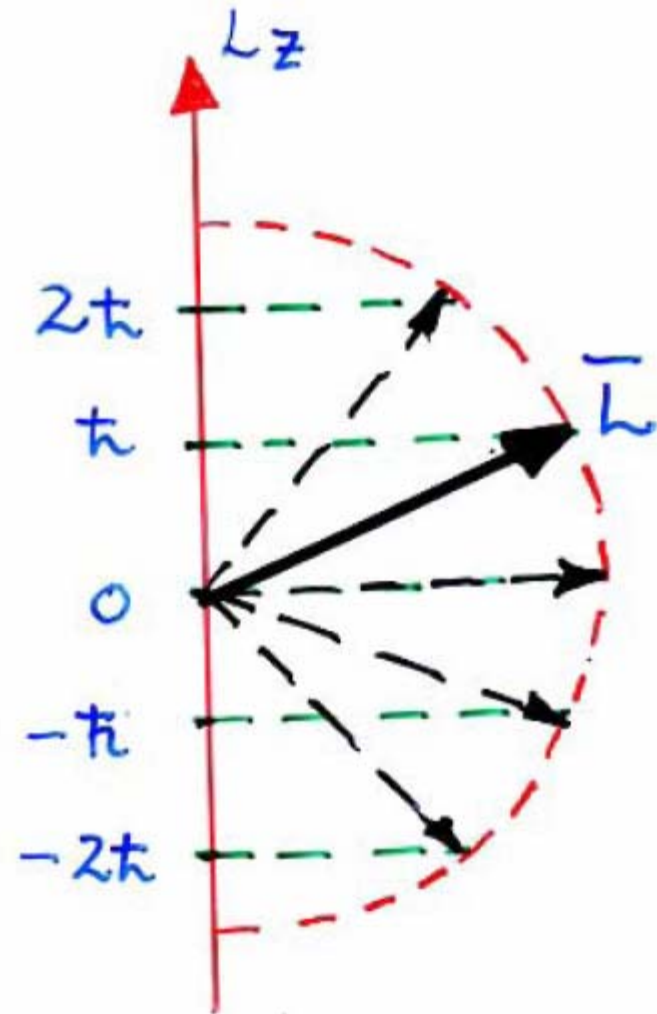
$(2l+1)$ ustawień względem osi z
odp. rzutowi na tą oś :

$$-2\hbar, -\hbar, 0, +\hbar, +2\hbar$$

Orbitalny moment pędu nie może być
zorientowany całkowicie w kierunku osi z
(odpowiadałoby to rzutowi $[(2l+1)\hbar^2]^{1/2} = \sqrt{6}\hbar$,
a taki nie istnieje) .

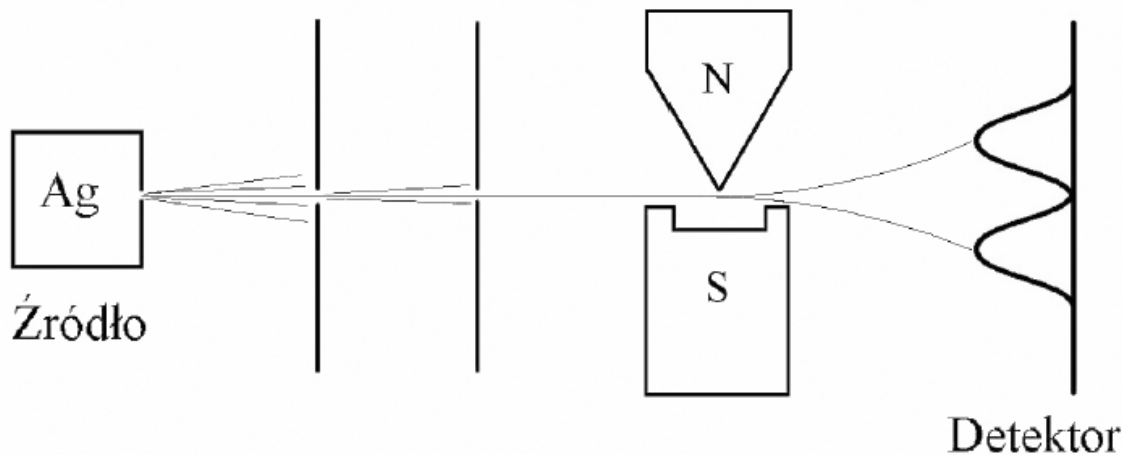
analogiczne reguły kwantowania dla spinu

Cząstka może znajdować się w dowolnym
stanie kwantowym orbitalnego momentu pędu
($l = 0, 1, 2 \dots$) ,
ale wartość jej spinu jest jednoznacznie określona

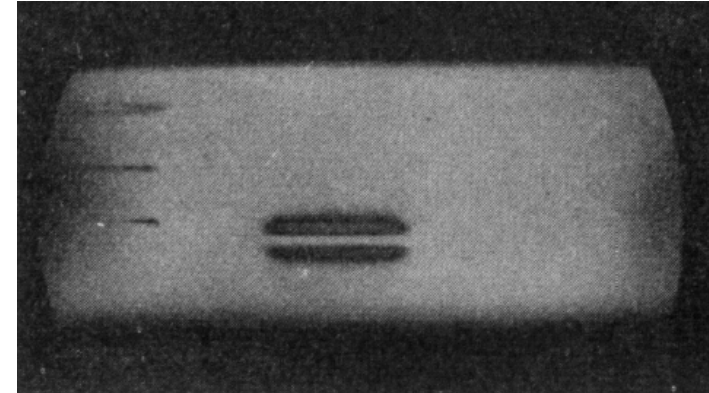


Spin cząstki

Eksperyment Sterna – Gerlacha (1921)



Wiązka obojętnych elektrycznie atomów srebra ulega rozszczepieniu w niejednorodnym polu magnetycznym na dwie wiązki



Wynik oddziaływania dipola magnetycznego atomu z zewnętrznym polem magnetycznym

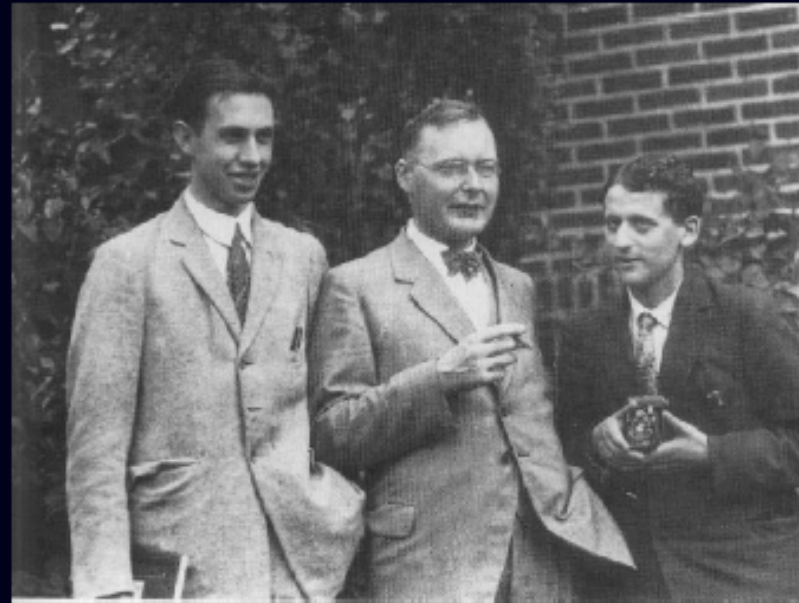
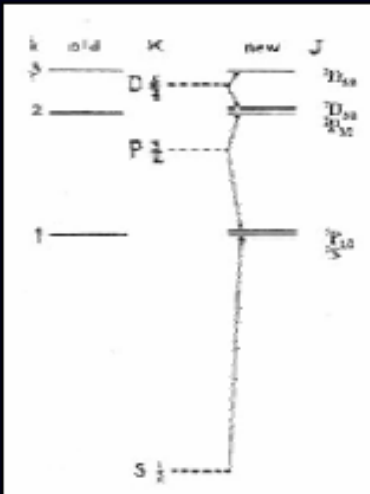
Atomy Ag – jeden elektron walencyjny, decyduje o wytworzeniu się dipola magnetycznego atomu. Magnetyczny moment dipolowy elektronu proporcjonalny do momentu pędu cząstki, na który składają się orbitalny moment pędu + wewnętrzny moment pędu (spin) ??

$$\vec{J} = \vec{L} + \vec{S}$$

Rozszczepienie na 2 wiązki → istnienie wewnętrznego momentu pędu elektronu (rzut na oś z przyjmuje 2 wartości)

Spinning Electrons and the Structure of Spectra, *Nature*, 117, 264 (1926)

G. Uhlenbeck & S. Goudsmit



George Uhlenbeck, Hendrik Kramers
i Samuel Goudsmit

Pole magnetyczne rozszczepia
linie widmowe wodoru i metali
alkalicznych

„Jesteście obaj dostatecznie młodzi, aby sobie pozwolić na taką głupotę”
- *Ehrenfest do Uhlenbecka i Goudsmita*

Spin

- wewnętrzna liczba kwantowa charakteryzująca cząstki elementarne

zarówno fundamentalne składniki materii bez wewnętrznej struktury jak i cząstki bardziej złożone np. hadrony zbudowane z kwarków (qqq, q \bar{q})

spin cząstki złożonej = całkowitemu momentowi pędu cząstki w jej układzie spoczynkowym

- posiadanie spinu jest cechą definiującą cząstkę, wynikającą z efektów kwantowo – mechanicznych ! (spinowi nie odpowiada żadna fizyczna wielkość klasyczna)

- spin jest wielkością wektorową ma wymiar momentu pędu (wewnętrzny / własny moment pędu) i przyjmuje dyskretne wartości
 - ▶ $\frac{1}{2} \hbar, \frac{3}{2} \hbar, \frac{5}{2} \hbar, \dots$ dla fermionów
 - ▶ $0\hbar, 1\hbar, 2\hbar, \dots$ dla bozonów

- funkcja falowa cząstki o spinie $s \neq 0$ ma dwie lub więcej składowych $\psi_i(\mathbf{r})$ przy obrotach o kąt Θ wokół osi zadanej jednostkowym wektorem \mathbf{n} przekształcają się one zgodnie z regułą

$$\psi'_i(\mathbf{r}) = \sum_j [\exp(-i\Theta \mathbf{n} \cdot \mathbf{S})]_{ij} \psi_j(\mathbf{R}^{-1} \mathbf{r})$$

macierze \mathbf{S} odp. składowym operatora spinu ($\hat{S}^2 = \hat{S}_x^2 + \hat{S}_y^2 + \hat{S}_z^2$)

spełniają te same związki przemienności co składowe operatora moment pędu \mathbf{L}

$$[\mathbf{S}_i, \mathbf{S}_j] = \mathbf{S}_i \mathbf{S}_j - \mathbf{S}_j \mathbf{S}_i = i \hbar \epsilon_{ijk} \mathbf{S}_k, \quad \epsilon_{ijk} - \text{symbol Leviego - Civity}$$

Spin

- spin podlega analogicznym regułom kwantowym jak orbitalny moment pędu
wewnętrzne stany **cząstki o spinie s** charakteryzują **wartości własne** dwóch
przemiennych **operatorów \hat{S}^2 i \hat{S}_i** , $[\hat{S}^2, \hat{S}_i] = 0$

stany spinowe $|\psi_{s, m_s}\rangle$ spełniają równania własne :

$$\hat{S}^2 |\psi_{s, m_s}\rangle = s(s+1)\hbar^2 |\psi_{s, m_s}\rangle$$

zależnie od liczby "wewnętrznych stanów"
cząstki $s = 0, 1/2, 1, 3/2 \dots$

$$\hat{S}_z |\psi_{s, m_s}\rangle = m_s \hbar |\psi_{s, m_s}\rangle$$

rzut spinu na oś z przyjmuje $2s + 1$ wartości,
wewnętrzne stany cząstki charakteryzuje wartość
własna operatora \hat{S}_z , $m_s = -s, -s+1, \dots, s-1, s$

- Elektron ma dwa wewnętrzne stopnie swobody, spin $s = 1/2$
Dla cząstki o spinie $1/2$ operator $\hat{S} = (\hbar/2)\sigma$, σ_i – macierze Pauliego (2×2), $i = 1-3$

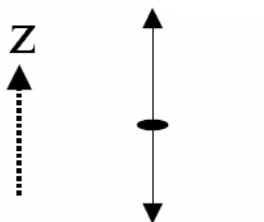
Cząstka o spinie $1/2$ - dwa stany
 m_s przyjmuje wartości $+1/2$ lub $-1/2$
rzut spinu na oś z

Cząstka o spinie 1 - trzy stany
 m_s przyjmuje wartości $-1, 0, +1$
rzut spinu na oś z



spin $s = 1/2$

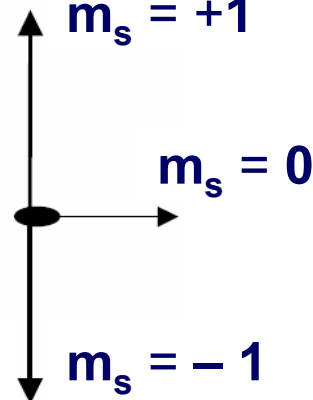
$$m_s = +1/2$$



$$m_s = -1/2$$

spin $s = 1$

$$m_s = +1$$



$$m_s = 0$$

$$m_s = -1$$

Skrętność (helicity)

- Relatywistyczna mechanika kwantowa : cząstka o spinie s jest opisana przez spinową liczbę kwantową S oraz S_z , rzut spinu na oś z .

Te dwie liczby kwantowe można zdefiniować tylko dla cząstek o niezerowej masie spoczynkowej, dla których zawsze istnieje układ spoczynkowy (pęd cząstki = 0)

- Dla cząstki o zerowej masie (np. fotonu) wewnętrzne stany cząstki opisuje skrętność

$$\lambda = \frac{\vec{p} \cdot \vec{s}}{|\vec{s}| |\vec{p}|}$$

Znormalizowana wartość rzutu spinu cząstki na kierunek jej pędu (kierunek ruchu)

dla cząstki bezmasowej (poruszającej się z prędkością światła) wyróżnionym kierunkiem jest kierunek jej pędu

- ▼ skrętność jest niezmiennikiem transformacji Lorentza (jest taka sama we wszystkich układach odniesienia)
- ▼ rzut spinu na kierunek pędu przyjmuje tylko dwie wartości $S_z = \pm S$



skrętność $\lambda = \pm 1$

Dla cząstki masywnej skrętność nie jest niezmiennikiem przekształceń Lorentza (dla $v < c$ zawsze istnieje układ odniesienia, w którym pęd cząstki ma przeciwny zwrot i $\lambda \rightarrow -\lambda$)

$\lambda = -S, -S + 1, \dots, S - 1, S$

Skrętność

$$\lambda = \frac{\vec{p} \cdot \vec{s}}{|\vec{s}| |\vec{p}|}$$

Zgodnie z równaniem Diraca dla cząstek bezmasowych
(lub ultrarelatywistycznych) skrętność $\lambda = \pm 1$

Skrętność neutrin

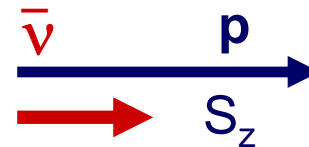
Eksperyment : obserwuje się **jedynie stany neutrin** z rzutem spinu na kierunek ruchu $S_z = -\frac{1}{2} \hbar$, czyli **ze skrętnością $\lambda = -1$** . Natomiast **antyneutrino** mają **skrętność $\lambda = +1$** .

Neutrino są całkowicie spolaryzowane podłużnie



lewoskrętne neutrino

$$\lambda = -1$$



prawoskrętne antyneutrino

$$\lambda = +1$$

Skęętność

Polaryzacja fotonów

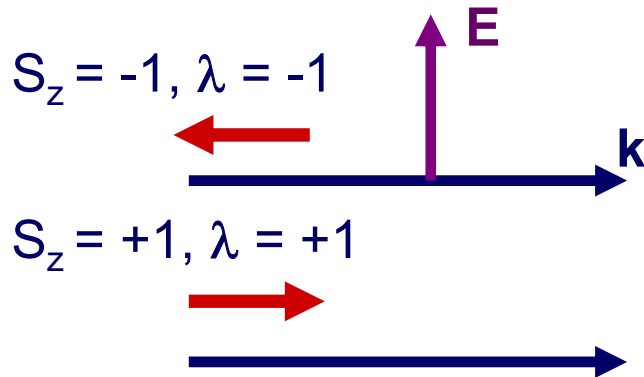
foton $J^P = 1^-$

Fotony rzeczywiste ($m = 0, v = c$) – występują w stanach o skęętności $\lambda = \pm 1$.



fotony o polaryzacji poprzecznej tzn. stowarzyszone z nimi pola elektryczne i magnetyczne, \mathbf{E} i \mathbf{B} , są prostopadłe do wektora propagacji fali elektromagnetycznej \mathbf{k} (poprzeczna polaryzacja fal elektromagnetycznych)

Foton wirtualny, który jest nośnikiem oddz. elektromagnetycznych m-dzy cząstkami i nie jest ściśle bezmasowy, **może także posiadać polaryzację podłużną** tzn. $\lambda = 0$. Pole \mathbf{E} jest równoległe do kierunku propagacji fali elektromagnetycznej.



foton spolaryzowany poprzecznie
(fotony rzeczywiste, $m_\gamma = 0$)



foton spolaryzowany podłużnie
(fotony wirtualne, $m_\gamma \neq 0$)

Moment pędu w modelu kwarkowym

- Hadrony są zbudowane z kwarków : mezony($q\bar{q}$) i bariony(qqq)
- Zakładamy, że L i S są dobrymi liczbami kwantowymi $[H, L^2] = [H, S^2] = 0$
- Najłżejsze mezony i bariony – układy kwarków z krętem orbitalnym $L = 0$

Mezony – stany związane kwarka i antykwarka ($q\bar{q}$)

- ▶ układ spoczynkowy mezonów – układ środka masy (center of mass, CM) systemu $q\bar{q}$
- ▶ spin mezonu = całkowity moment pędu pary $q\bar{q}$ w układzie CM, $J = L + S$
- ▶ lekkie mezony - zakładamy $L = 0$, suma spinów kwarków $\mathbf{S} = \mathbf{S}_q + \mathbf{S}_{\bar{q}}$,
(anty)kwarki mają spin $\frac{1}{2} \rightarrow S = 0$ lub $S = 1 \rightarrow$ ponieważ $J = S$ to $J = 0$ lub $J = 1$
dla dowolnej kombinacji zapachów $u\bar{d}$, $u\bar{s}$, $c\bar{c}$... oczekujemy,
że najłżejsze stany mezonowe będą miały spin 0 lub 1

dla $L = 0$ $^{2S+1}L_J = ^1S_0$ (stany singletowe) i 3S_1 (stany tripletowe)

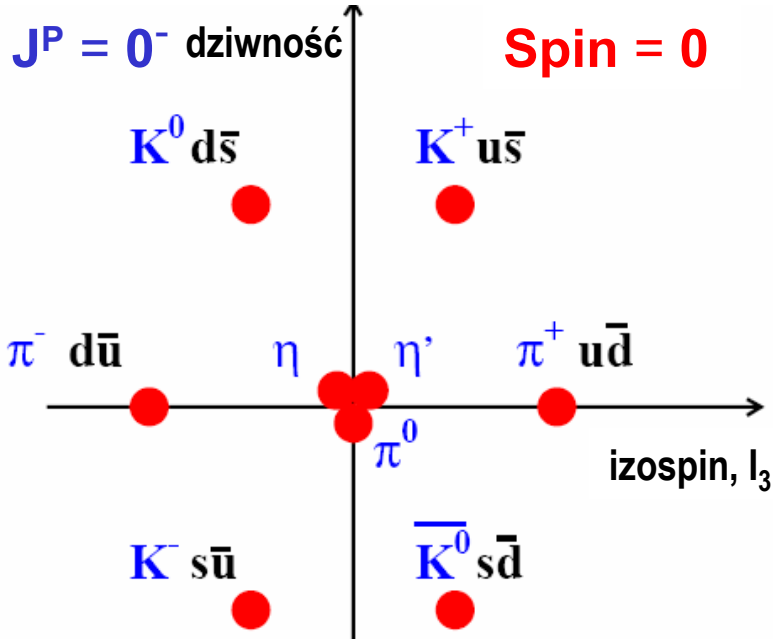
notacja spektroskopowa : $^{2S+1}L_J$ konwencja $L = 0, 1, 2, 3$ oznaczamy jako S, P, D, F

- $L \geq 1$ dla $S = 0$ spin $J = L$
dla $S = 1$ spin $J = L \pm 1, L$
dla $L \geq 1$ $^{2S+1}L_J = ^1L_L, ^3L_{L+1}, ^3L_L, ^3L_{L-1}$

Lekkie mezony – stany z orbitalnym momentem pędu $L = 0$

klasyfikacja $SU(3)_{\text{zapach}}$, tylko stany z u, d i s

Nonet mezonów ($L=0, S = 0, J = 0$)

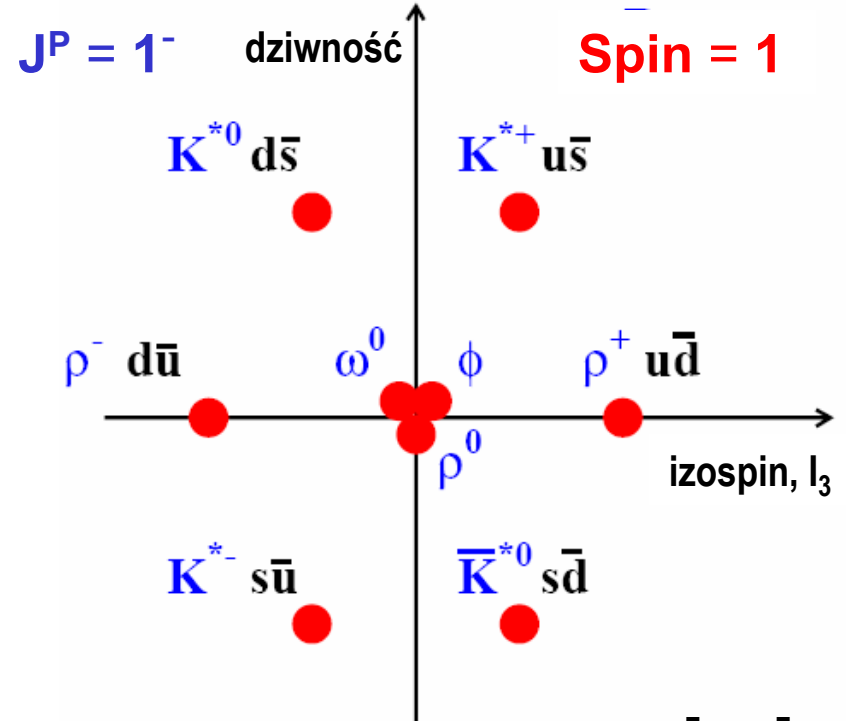


π^0, η i η' są kombinacjami $u\bar{u}, d\bar{d}$ i $s\bar{s}$

masy / MeV : $\pi(140), K(495)$

$\eta(550), \eta'(950)$

Nonet mezonów ($L=0, S = 1, J = 1$)



ρ^0, ω^0 i ϕ^0 są kombinacjami $u\bar{u}, d\bar{d}$ i $s\bar{s}$

masy / MeV : $\rho(770), K^*(890)$

$\omega(780), \phi(1020)$

Moment pędu w modelu kwarkowym

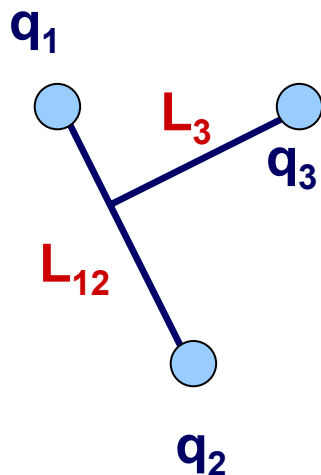
Bariony – stany związane 3 kwarków (qqq)

- ▶ układ spoczynkowy barionów – układ środka masy (CM) systemu qqq
- ▶ w układzie CM systemu qqq

dwa orbitalne momenty pędu związane ze względnym ruchem 3 kwarków :

- orbitalny moment pędu L_{12} wybranej pary kwarków
- kręt L_3 trzeciego kwarka q_3 względem środka masy pary q_1q_2

Spin barionu = całkowity moment pędu systemu qqq , $J = L + S$



Całkowity orbitalny moment pędu $L = L_{12} + L_3$

Suma spinów $\mathbf{S} = \mathbf{S}_1 + \mathbf{S}_2 + \mathbf{S}_3 \rightarrow \mathbf{S} = 3/2$ lub $\mathbf{S} = 1/2$

Jeżeli $L_{12} = L_3 = 0$ (lekkie bariony) $\rightarrow L = 0$ i $J = S$

Dla $L = 0$ $^{2S+1}L_J = ^2S_{1/2}$ i $^4L_{3/2}$

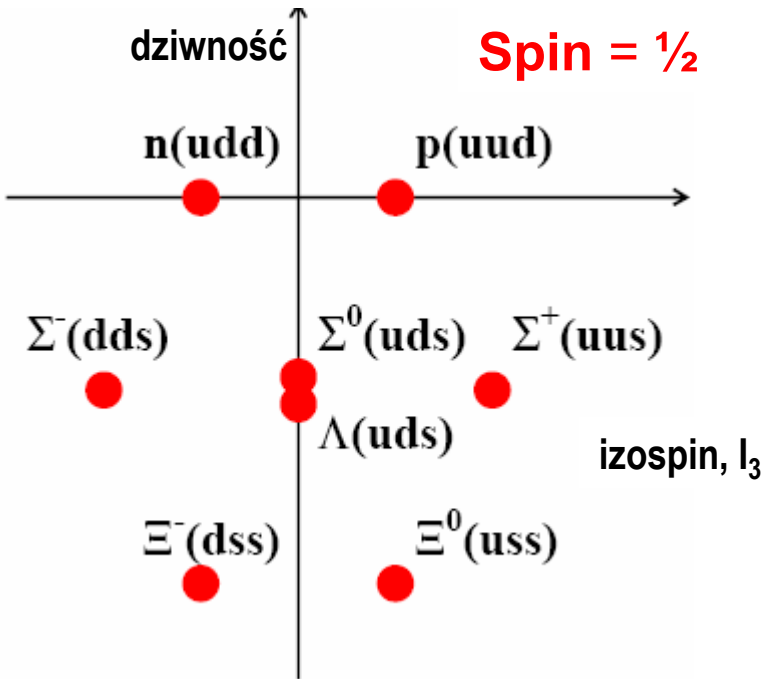
Najlżejsze bariony mają spin $1/2$ lub $3/2$

Lekkie bariony – stany z orbitalnym momentem pędu $L = 0$

klasyfikacja $SU(3)_{\text{zapach}}$, tylko stany z u, d i s

Oktet barionów ($L=0$, $S = 1/2$, $J = 1/2$)

$$J^P = 1/2^+$$

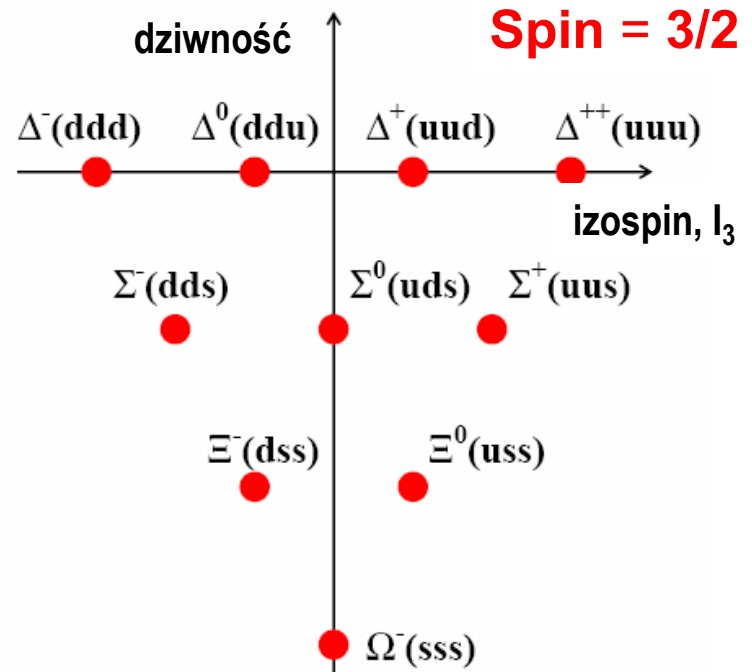


Masy / MeV : nukleon(940), Σ (1190)

Λ (1190), Ξ (1320)

dekuplet barionów ($L=0$, $S = 3/2$, $J = 3/2$)

$$J^P = 3/2^+$$



Masy / MeV : Δ (1230), Σ (1385)

Ξ (1530), Ω (1670)

- pomiar przekrojów czynnych

dla procesu $a + b \rightarrow c + d$ przekrój czynny σ zależy od liczby dostępnych stanów spinowych cząstek w stanie początkowym i końcowym

$\sigma(a + b \rightarrow c + d) \sim (2S_c + 1)(2S_d + 1) \times \text{inne czynniki}$, S_i – spin cząstki

tę zależność można wykorzystać do pomiaru spinu cząstek

- spin cząstki można wyznaczyć mierząc rozkłady kątowe produktów jej rozpadu

Związek spinu ze statystyką

Wszystkie cząstki elementarne są albo fermionami albo bozonami :

- **fermiony posiadają spin połówkowy** $\frac{1}{2}\hbar, \frac{3}{2}\hbar, \frac{5}{2}\hbar \dots$
(podlegają statystyce Fermiego-Diraca)
- **bozony posiadają spin całkowity** $0, \hbar, 2\hbar, \dots$
(podlegają statystyce Bosego-Einsteina)

Jakie są własności symetrii funkcji falowej ψ opisującej zbiór identycznych fermionów / bozonów względem zamiany współrzędnych dowolnej pary cząstek ?

Zamiana miejscami dwóch nierozróżnialnych cząstek nie zmienia wartości $|\psi|^2$,
czyli $\psi \rightarrow \pm \psi$

Kwantowa teoria pola – twierdzenie o związku spinu ze statystyką

- zamiana miejscami dwóch identycznych **bozonów**
nie zmienia stanu kwantowego ; **funkcja falowa ψ jest symetryczna** $\psi \rightarrow + \psi$
- zamiana miejscami dwóch identycznych **fermionów** prowadzi do zmiany znaku funkcji falowej $\psi \rightarrow - \psi$; **funkcja falowa jest antysymetryczna**

Historycznie, zakaz Pauliego (zabraniający zajmowania danego stanu kwantowego przez więcej niż jeden elektron) przybrał postać warunku antysymetrii funkcji falowej układu wielu elektronów (fermionów) względem wszystkich współrzędnych przestrzennych i spinowych .
Zasada ta została wprowadzona do mechaniki statystycznej przez Fermiego i Diraca.

Parzystość przestrzenna

transformacja
dyskretna

- przestrzenna inwersja współrzędnych ($x, y, z \rightarrow -x, -y, -z$)

- niezmienniczość układu wielu cząstek względem odwrócenia ich przestrzennych współrzędnych \rightarrow hamiltonian pozostanie niezmienny pod wpływem takiej transformacji $H(r_1', r_2', \dots) = H(-r_1, -r_2, \dots) = H(r_1, r_2, \dots)$

istnieje unitarny operator parzystości P (operator inwersji przestrzennej), który komutuje z hamiltonianem $[P, H] = 0$

Operator P działający na funkcję falową pojedynczej cząstki

$$P \psi(r, t) = \psi(-r, t) = \lambda \psi(r, t)$$

- wartości własne operatora P mogą przyjmować tylko wartości ± 1

dwie kolejne operacje inwersji przestrzennej przywracają wyjściowy układ odniesienia, czyli $P^2 = 1$ (unitarność)

$$P^2 \psi(r, t) = \lambda^2 \psi(r, t) = \psi(r, t) \rightarrow \lambda^2 = 1 \rightarrow \lambda = \pm 1$$

dodatnia ($\lambda = +1$) i ujemna ($\lambda = -1$) parzystość przestrzenna układu

Parzystość przestrzenna P charakteryzuje stany kwantowe ze względu na ich zachowanie przy odbiciach

$$(P = \lambda)$$

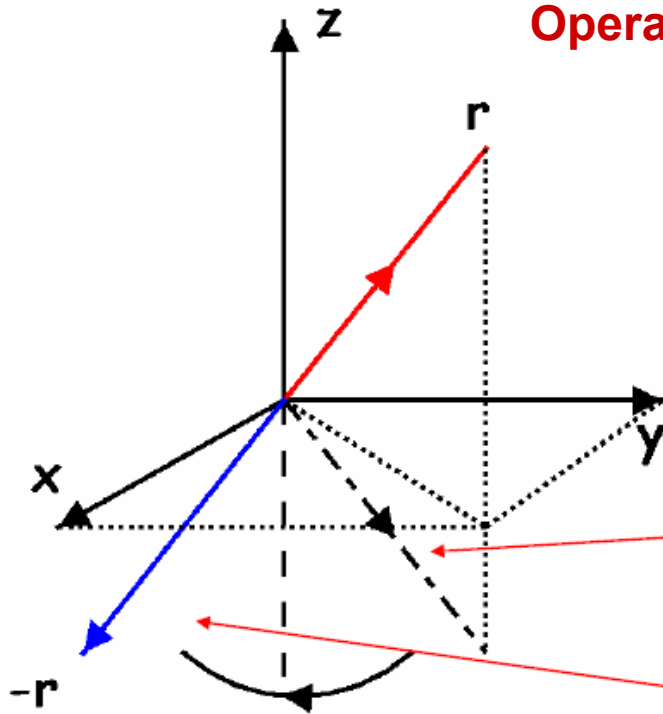
Parzystość przestrzenna

Operator parzystości odwraca współrzędne przestrzenne

$$\mathbf{r} \rightarrow -\mathbf{r}$$

To przekształcenie jest równoważne :

- odbiciu względem płaszczyzny $x - y$
- po którym następuje obrót wokół osi z



Odbicie względem płaszczyzny $x - y$

Obrót wokół osi z

- Niezmienniczość praw fizyki względem obrotów wynika z założenia izotropii przestrzeni
- Symetria względem inwersji przestrzennej oznacza więc

symetrię względem odbicia lustrzanego

Czy prawa fizyki są niezmiennicze względem operacji inwersji przestrzennej ?

Eksperyment → **parzystość P jest zachowana w oddziaływaniach silnych i elektromagnetycznych, natomiast oddziaływania słabe nie zachowują parzystości**

- parzystość wewnętrzna cząstki

działanie operatora parzystości na funkcję własną pędu $\psi_p(\mathbf{x}, t) = \exp [i (\mathbf{p} \cdot \mathbf{x} - Et)]$

$$P\psi_p(\mathbf{x}, t) = P_A\psi_p(-\mathbf{x}, t) = P_A\psi_{-p}(\mathbf{x}, t), \quad A - \text{identyfikuje typ cząstki}$$

Cząstka w spoczynku ($\mathbf{p} = 0$) jest stanem własnym operatora parzystości P
wartość własna P_A – parzystość wewnętrzna cząstki A

- parzystość cząstki posiadającej orbitalny moment pędu

opisanej funkcją własną operatora krętu :

$$\psi_{lm}(\mathbf{r}) = \psi(r, \theta, \phi) = R(r)Y_l^m(\theta, \phi)$$

R – funkcja zależna od zmiennej radialnej r , $Y_l^m(\theta, \phi)$ – funkcje kuliste zależne od kąta biegunowego (θ) i azymutalnego (ϕ), (l, m) – liczby kwantowe orbitalnego momentu pędu

$$Y_l^m(\theta, \phi) \rightarrow (-1)^l Y_l^m(\theta, \phi) \quad \text{dla } \mathbf{r} \rightarrow -\mathbf{r} \equiv \theta \rightarrow \theta' = \pi - \theta, \phi \rightarrow \phi' = \pi + \phi$$

$$P\psi_{lm}(\mathbf{r}) = P_A\psi_{lm}(-\mathbf{r}) = P_A(-1)^l \psi_{lm}(\mathbf{r})$$

$P_A(-1)^l$ – parzystość cząstki z krętem l

- parzystość jest multiplikatywną liczbą kwantową

parzystość układu cząstek jest równa iloczynowi parzystości wewnętrznych poszczególnych cząstek oraz parzystości związanej z ruchem orbitalnym
np. dla dwóch cząstek

$$P_{\text{całkowita}} = P_1 \cdot P_2 \cdot (-1)^l$$

l – liczba kwantowa orbitalnego momentu pędu względnego ruchu tych cząstek,

P_i – parzystość wewnętrzna cząstki i

Parzystość przestrzenna

- **Kwantowa teoria pola : parzystość wewnętrzna stanu składającego się z cząstki o spinie $\frac{1}{2}$ oraz jej antycząstki jest ujemna**

zachowanie funkcji falowej pojedynczego fermionu przy inwersji nie jest dobrze określone, kreacja i anihilacja fermionów tylko w parach – oddz. elektromagnetyczne naładowanych leptonów i kwarków, oddz. silne kwarków)

- **fermiony** $P(\text{antycząstka}) = (-1) P(\text{cząstka})$
- **bozony** $P(\text{antycząstka}) = P(\text{cząstka})$
- **klasyczna teoria pola** \rightarrow parzystość fotonu $P_\gamma = -1$

Przypisanie parzystości elementarnym fermionom – konwencja:

- leptyony $P(e^-) = P(\mu^-) = P(\tau^-) = 1 \rightarrow P(e^+) = P(\mu^+) = P(\tau^+) = -1$
- kwarki u, d, s, c, b, t $P(q) = 1 \rightarrow P(\bar{q}) = -1$

Przypisanie parzystości hadronom – konwencja :

- $P(\text{proton}, uud) = P(\text{neutron}, udd) = +1, P(\text{antyproton}) = P(\text{antyneutron}) = -1$
- $P(K^-) = P(D^-) = P(B^-) = -1, K^-(494) s\bar{u}, D^-(1869) d\bar{c}, B^-(5279) b\bar{u}$

Konwencje dotyczące kwarków i hadronów są równoważne. Eksperymentalnie wyznaczamy nieznane parzystości analizując wybrane elektromagnetyczne lub silne procesy pod kątem zachowania parzystości, odnosząc się do konwencji hadronowej .

Parzystość przestrzenna

- Parzystość mezonów, $M = q\bar{q}$

$P_M = P_a \cdot P_b \cdot (-1)^L$ L : względny kręt pary $q\bar{q}$ w układzie spoczynkowym mezonu ,
 a, b – kwarki u, d, c, s i b

$P_a \cdot P_b = -1 \rightarrow P_M = (-1)^{L+1}$, dla lekkich mezonów $L = 0$ czyli $P_M = -1$

lekkie mezony ($L = 0$) mają ujemną parzystość , $J^P = 0^-, 1^-$
(porównaj wyznaczanie spinu dla lekkich mezonów)

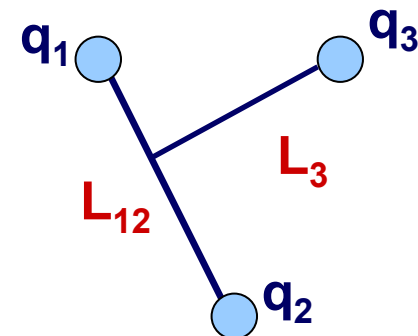
- Parzystość barionów, $B = qqq$

$P_B = P_a \cdot P_b \cdot P_c \cdot (-1)^{L_{12}} \cdot (-1)^{L_3} = (-1)^{L_{12} + L_3}$, a, b, c – kwarki u, d, c, s i b

L_{12} i L_3 wewnętrzne kręty w układzie CM 3 kwarków (układ spoczynkowy barionu)
iloczyn parzystości wewnętrznych (trzech) kwarków $P_a \cdot P_b \cdot P_c = +1$

lekkie bariony ($L_{12} = L_3 = 0$) mają dodatnią parzystość $J^P = 1/2^+, 3/2^+$
(porównaj wyznaczanie spinu dla lekkich barionów)

P (antybarion) = $-P$ (barion)



Operacja przestrzennej inwersji współrzędnych dla różnego typu obiektów

$$\mathbf{r} \rightarrow -\mathbf{r}, \quad \text{pęd } \mathbf{p} = m\dot{\mathbf{r}} \rightarrow -m\dot{\mathbf{r}} = -\mathbf{p}$$

wektory

$$|\mathbf{r}| = (\mathbf{r} \cdot \mathbf{r})^{1/2} \rightarrow (-\mathbf{r} \cdot -\mathbf{r})^{1/2} = |\mathbf{r}|, \quad |\mathbf{p}| = (\mathbf{p} \cdot \mathbf{p})^{1/2} \rightarrow |\mathbf{p}|$$

skalary

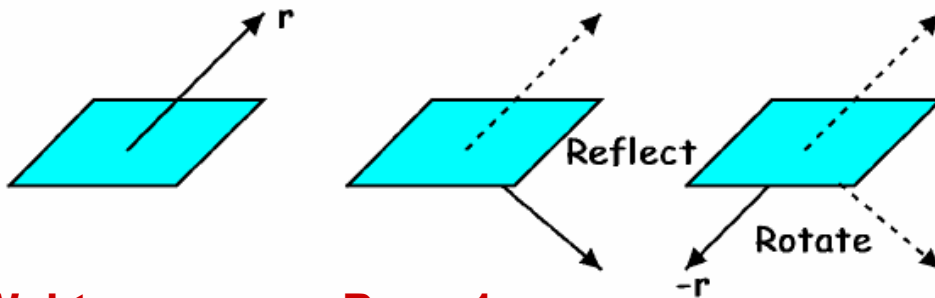
$$\text{orbitalny moment pędu } \mathbf{L} = \mathbf{r} \times \mathbf{p} \rightarrow (-\mathbf{r}) \times (-\mathbf{p}) = \mathbf{r} \times \mathbf{p} = \mathbf{L}$$

aksjalny wektor

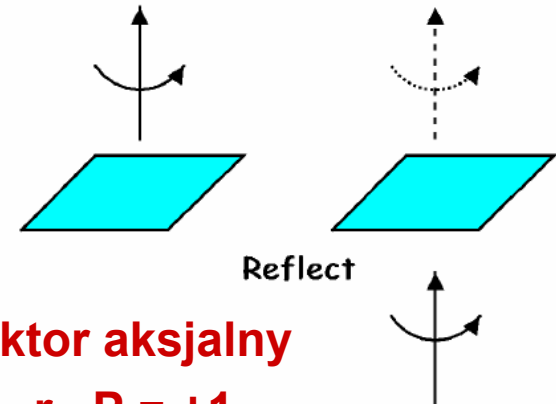
$$\text{tak samo zachowuje się spin } \mathbf{s} \rightarrow \mathbf{s}$$

$$\mathbf{a} \cdot (\mathbf{b} \times \mathbf{c}) \rightarrow (-\mathbf{a}) \cdot (-\mathbf{b} \times -\mathbf{c}) = -\mathbf{a} \cdot (\mathbf{b} \times \mathbf{c})$$

pseudoskalar



Wektor $\mathbf{r} \rightarrow -\mathbf{r}, P = -1$



Wektor aksjalny
 $\mathbf{r} \rightarrow \mathbf{r}, P = +1$

J^P – spin i parzystość cząstki określają przestrzenne właściwości transformacyjne funkcji falowej cząstki

$J^P = 0^-$ cząstka pseudoskalarna

$J^P = 1^-$ cząstka wektorowa

$J^P = 0^+$ cząstka skalarna

$J^P = 1^+$ wektor aksjalny

$J^P = 2^+$ tensor