Symetrie i prawa zachowania

- Związek m-dzy symetrią teorii i prawami zachowania
- Rodzaje symetrii

  - ciągłe i dyskretne

  - przemienne i nieprzemienne
- Przykłady symetrii w fizyce cząstek
- Globalna i lokalna symetria cechowania
- Zachowanie ładunku elektrycznego
- Zachowanie liczby barionowej

Symetrie i prawa zachowania

- **Pojęcie symetrii jest jednym z najważniejszych we współczesnej teorii oddziaływań elementarnych**

Współczesna fizyka teoretyczna opiera się na
idei symetrii jako podstawowej zasady wyjaśniającej
złożoność zjawisk zachodzących w przyrodzie

- **Pojęcie symetrii jest związane z operacjami (transformacjami), które można wykonać na układzie fizycznym bez zmieniania jego własności**

Proces fizyczny jest symetryczny (niezmienniczy) **względem**
danej transformacji, jeśli po jej wykonaniu
opisują go takie same prawa fizyki

- **Prawa zachowania wynikają z symetrii teorii**

Mechanika klasyczna, trochę teorii ...

- **Układ fizyczny jest opisany przez zależne od czasu** (uogólnione) **współrzędne** $q_i(t)$ i **lagranżjan** L
- **Lagranżjan** L **jest różnicą energii kinetycznej** (T) **i potencjalnej** (V) **układu i zależy od współrzędnych** q_i, **ich pochodnych po czasie** $\dot{q}_i$ **oraz czasu** t

$$L(q_i, \dot{q}_i, t) = T - V$$

- **Równania ruchu dla układu cząstek można wyprowadzić z równań Eulera - Lagrange'a**

$$\frac{d}{dt}\left(\frac{\partial L}{\partial \dot{q}_i}\right) - \frac{\partial L}{\partial q_i} = 0$$

Przykład : ruch jednowymiarowy cząstki o masie m w stałym polu grawitacyjnym :

$$T = \frac{mv^2}{2} = \frac{m\dot{x}^2}{2}$$
$$V = mgx$$

$$L(x, \dot{x}, t) = \frac{m\dot{x}^2}{2} - mgx$$

Równanie ruchu cząstki otrzymane z równania Lagrange'a $\rightarrow$ $m\ddot{x} = -mg$

Prawa zachowania wynikają z symetrii

1882 - 1935

Z niezmienniczość (symetrii) równań opisujących dany układ fizyczny względem pewnych transformacji wynikają prawa zachowania !!

Twierdzenie Emmy Noether (1918)

Niezmienniczość teorii (działania Hamiltona, lagranżjanu)
względem każdej grupy symetrii ciągłej
generuje odpowiednie prawo zachowania

Jedna z najwybitniejszych prac w historii fizyki matematycznej zainspirowana przez Dawida Hilberta, jednego z twórców Ogólnej Teorii Względności

- **Przekształcenia symetrii opierają się na transformacjach, które można wykonać na układzie fizycznym** (lub równoważnie na układzie odniesienia) **bez zmieniania jego własności**

- **Przewidywania dla obserwabli charakterystycznych dla danego typu procesu nie zmieniają się w wyniku wykonania takich operacji**

Prawa zachowania wynikają z symetrii

Mechanika klasyczna :

Zasady zachowania energii i (momentu) pędu wynikają z niezmienniczości równań ruchu względem transformacji (obrotów i translacji) w czasoprzestrzeni
(dla izolowanych, zamkniętych układów, na które nie działają żadne siły zewnętrzne) :

- Niezmienniczość względem przesunięcia w czasie $\rightarrow$ **prawo zachowania energii**
- Niezmienniczość względem translacji w przestrzeni $\rightarrow$ **prawo zachowania pędu**
- Niezmienniczość względem obrotów w przestrzeni $\rightarrow$ **prawo zachowania orbitalnego momentu pędu**

Elektrodynamika :

Zachowanie ładunku elektrycznego wynika z niezmienniczości względem transformacji cechowania (gauge invariance) **równań Maxwella**

Mechanika kwantowa, trochę teorii ...

W teorii kwantowej gęstość lagranżjanu zależy od pola cząstki $\Phi(x^\mu)$

$$q_i \rightarrow \phi(x^\mu) \qquad \dot{q}_i \rightarrow \frac{\partial \phi}{\partial x_\mu} \equiv \partial^\mu \phi$$

$$L(q_i, \dot{q}_i, t) \rightarrow \mathcal{L}\left(\phi, \frac{\partial \phi}{\partial x_\mu}, x_\mu\right)$$

Sumowanie po współrzędnych czasowych i przestrzennych μ = 0,1,2,3

Równanie Lagrange'a

przyjmuje postać :

$$\boxed{\frac{\partial}{\partial x_\mu}\left(\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial\left(\frac{\partial \phi}{\partial x_\mu}\right)}\right) - \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \phi} = 0}$$

- **Definiując lagranżjan o określonych symetriach jednoznacznie określamy własności cząstek elementarnych i ich oddziaływania w ramach danej teorii**

symetria teorii ↔ symetria lagranżjanu

- **Wybór właściwego lagranżjanu zapewniającego niezmienniczość lorentzowską oraz inne symetrie umożliwia wyprowadzenie z niego hamiltonianu**

Zasady niezmienniczości i prawa zachowania

- **Kwantowe teorie pola,** łączące wymogi mechaniki kwantowej i szczególnej teorii względności Einsteina, **opisują oddziaływania cząstek elementarnych**
- **W opisie teoretycznym bardzo ważne są zasady niezmienniczości / zasady symetrii związane z poszczególnymi oddziaływaniami, prowadzące do praw zachowania oraz reguł wyboru dotyczących liczb kwantowych**
  - ► **liczby kwantowe związane z symetriami czasoprzestrzennymi oddziaływań**
  - ► **w fizyce b. często wprowadza się pojęcie symetrii wewnętrznych - symetrii w abstrakcyjnych przestrzeniach parametrów**

Te bardziej abstrakcyjne koncepcje dotyczące np.

lokalnej symetrii cechowania w chromodynamice kwantowej

(niezmienniczość oddziaływań kwarków i gluonów względem lokalnych przekształceń w przestrzeni koloru) czy też

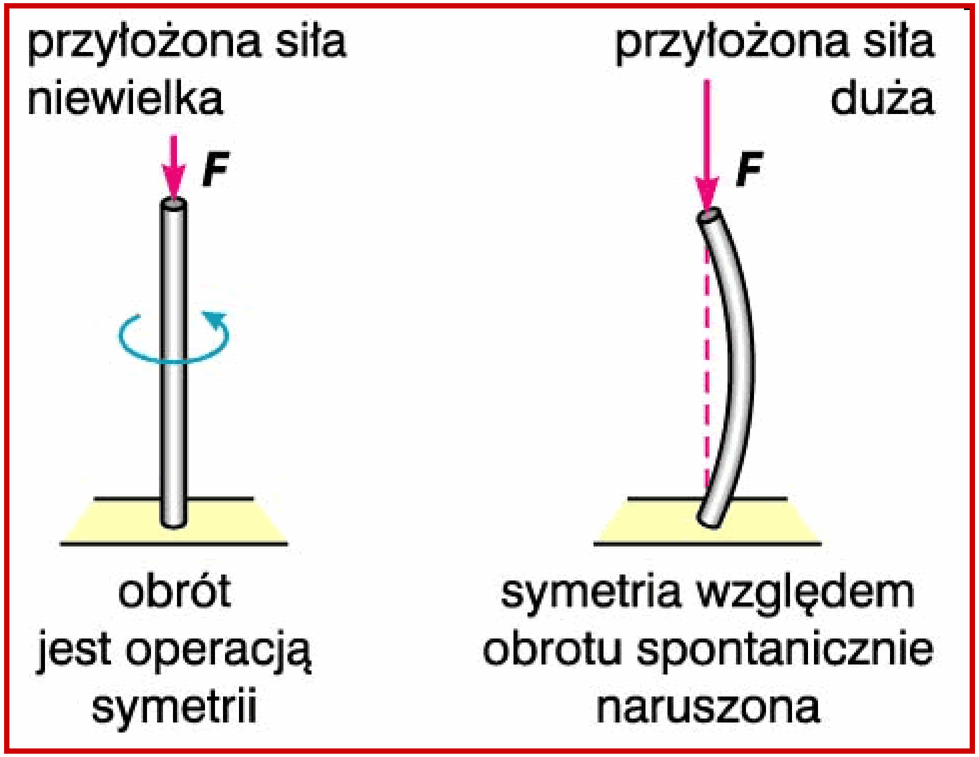
spontanicznego naruszenia lokalnej symetrii cechowania w teorii elektrosłabej

- wykłady nt. poszczególnych oddziaływań,
- wykład prof. W. Płaczka o Modelu Standardowym w przyszłym semestrze

Spontaniczne łamanie symetrii

Spontaniczne naruszenie symetrii przez układ fizyczny w stanie podstawowym,
czyli w stanie o najniższej energii (w kwantowej teorii pola taki stan nazywany jest próżnią)

- pręt ma symetrię obrotową (osiową)
- przy pewnej wartości siły F wygnie się, osiągnie stan o minimalnej energii



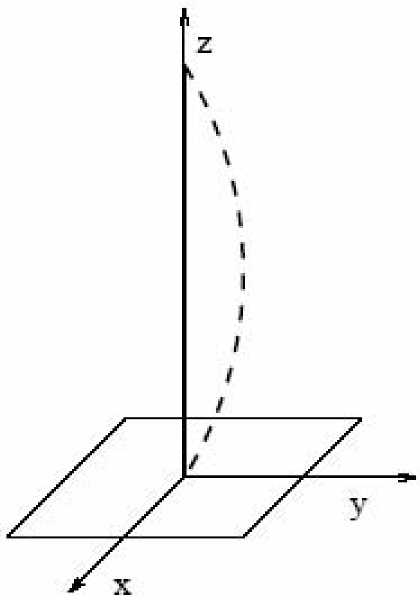
- wygięty pręt można obracać wokół osi pionowej bez zmiany jego energii
- wybór jednego z kierunków wygięcia narusza symetrię obrotową

pręt wygiął się tracąc symetrię osiową

Spontaniczne łamanie symetrii

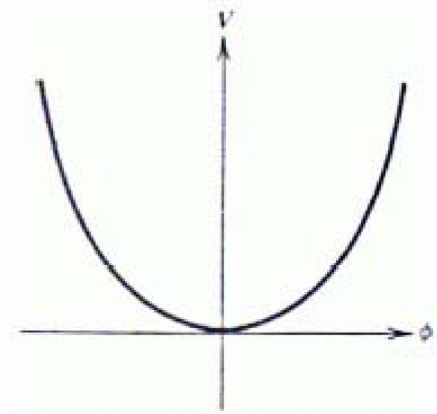
Model klasyczny

Najprostrzy model:
drgająca struna



Energia potencjalna jest funkcją wychylenia $|\phi| = \sqrt{x^2 + y^2}$

$\Rightarrow$ symetria "teorii" względem obrotu wokół osi Z.



Stan podstawowy układu: $\phi = x + iy = 0$

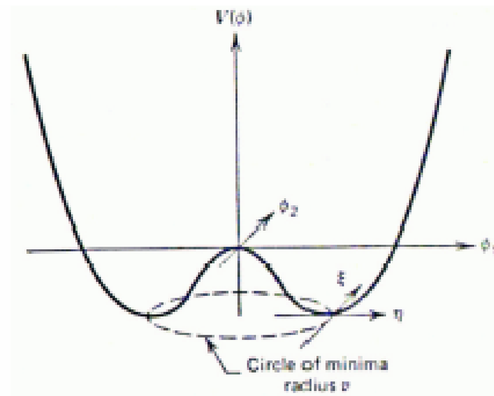
$\Rightarrow$ stan podstawowy zachowuje symetrię "teorii"
(obrotu wokół osi Z)

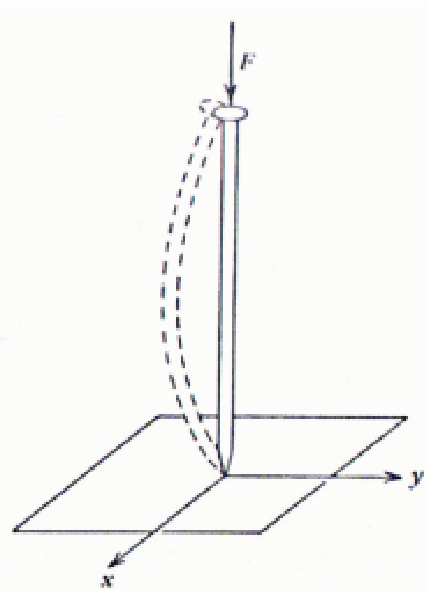
Ale wcale tak nie musi być...

Spontaniczne łamanie symetrii

Model klasyczny

Inny model: drgania ściskanego pręta





Energia potencjalna, a więc i cała "teorii" wciąż ma symetrię względem obrotu wokół osi Z.

Ale stan podstawowy (o najniższej energii) odpowiada $\phi \neq 0$

Zbiór stanów o $|\phi| = v$ wciąż jest osiowo symetryczny

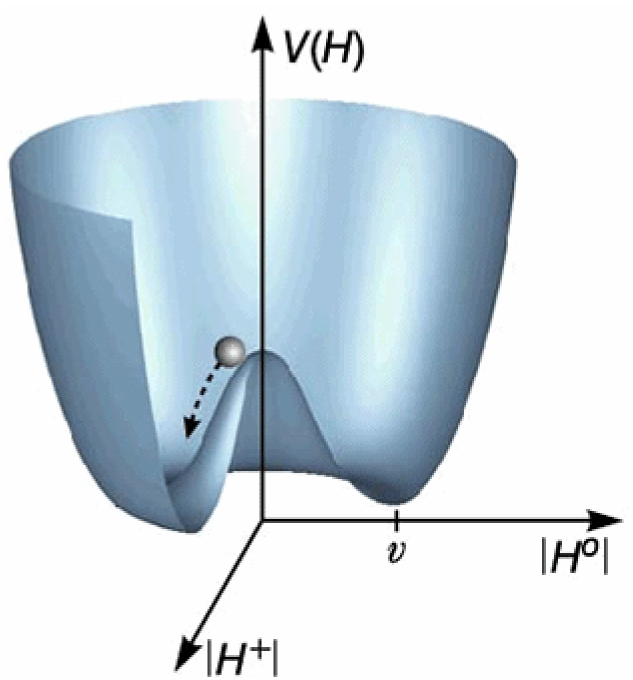
(pręt mógłby się wybrzuszyć w dowolną stronę)

Ale "Przyroda" musi wybrać jeden stan podstawowy

$\Rightarrow$ **spontanicznie** łamie symetrię "teorii"

pręt wybrzusza się tracąc symetrię osiową...

Potencjał (zespolonego) **pola skalarnego H, zwanego polem Higgsa, prowadzący do spontanicznego naruszenia symetrii w teorii elektrosłabej Weinberga-Salama**



Potencjał pola Higgsa

$$\mathbf{V}(\mathbf{H}) = \lambda/4\ (|H^+|^2 + |H^0|^2 - v^2)^2$$

Pole Higgsa jest dubletem tzw. słabego izospinu :

$$H = \begin{pmatrix} H^+ \\ H^0 \end{pmatrix}$$

λ, v **wolne parametry teorii**

Mechanika kwantowa, trochę teorii ...

- **Układ cząstek jest opisany przez funkcję falową $\psi\,(x_i\,,\,t)$ zależną od współrzędnych x_i** i **czasu t oraz przez hamiltonian H** (operator hermitowski)

- **Ewolucja w czasie układu fizycznego wynika z równania Schrödingera ,**

$$i\hbar \frac{\partial \psi}{\partial t} = H\psi$$

hamiltonian H jest operatorem energii całkowitej , $H\,\psi = E\,\psi$

- **Każdej obserwabli , tzn. wielkości fizycznie obserwowalnej / mierzalnej, odpowiada liniowy operator hermitowski**

operator hermitowski $A^{\dagger} = A$ **(analogia** do **liczby rzeczywistej $R^* = R$)**

operator pędu $p_i \to -i\,\hbar\,\partial/\partial x_i$
operator składowej z orbitalnego momemntu pędu $L_z \to -i\,\hbar\,(x \cdot \partial/\partial y - y \cdot \partial/\partial x)$

Mechanika kwantowa, trochę teorii ...

- **W wyniku pomiaru obserwabli odpowiadającej pewnemu operatorowi F otrzymujemy jakiś wynik, którego wartość oczekiwana (najbardziej prawdopodobna) wynosi** $< F > = \int d^3x\, \psi^* F\, \psi$

- **Kiedy wartość oczekiwana operatora nie zależy od czasu tzn. kiedy obserwabla odpowiadająca temu operatorowi jest wielkością zachowaną ?**

$$d/dt < F > = d/dt \int d^3x\, \psi^* F\, \psi = i / \hbar \int d^3x\, \psi^* (HF - FH)\, \psi$$

$$\boxed{\text{Jeżeli} \quad (HF - FH) = [H, F] = 0 \quad \rightarrow \quad d/dt <F> = 0}$$

Obserwabla odp. hermitowskiemu operatorowi jest zachowana jeżeli operator komutuje z hamiltonianem

(dpowiednik twierdzenia E. Noether w mechanice klasycznej)

- **Wartość oczekiwana nie zmienia się w czasie wówczas , gdy operatory F i H odpowiadają wielkościom, które mogą być mierzone równocześnie**

Symetrie hamiltonianu : jakie transformacje nie zmieniają hamiltonianu ??

- **Jeżeli prawa opisujące układ fizyczny są niezmiennicze względem pewnej transformacji to istnieje unitarny operator symetrii U ($U^\dagger U = 1$), który komutuje z hamiltonianem ([H, U] = 0)**

Ψ (**x**, t) $\rightarrow$ ψ'(**x**, t) = U ψ (**x**, t) , ψ (ψ') – funkcje falowe stanu przed (po) transformacją

- Istnieje ścisły związek m-dy operatorem ciągłej symetrii U a operatorem odpowiadającym zachowywanej obserwabli

Skończoną transformację ciągłą można złożyć z transformacji infinitezymalnych :

$$U = \lim_{n\rightarrow\infty} (1 + i\,\varepsilon\,F) = \exp(i\,\varepsilon\,F), \quad \varepsilon F \ll 1, \quad F^\dagger = F$$

F (generator transformacji) **jest operatorem hermitowskim i odpowiada obserwabli**

Jeżeli unitarny operator U opisuje symetrię hamiltonianu to wówczas generator transformacji F jest stowarzyszony z zachowywaną obserwablą

[H, U] = 0	$\longrightarrow$	**[H, F] = 0**
symetria	$\longrightarrow$	**zachowywana obserwabla**
U		**< F >**

Operator symetrii U i generator transformacji F komutują z hamiltonianem

Zachowanie liczb kwantowych

- **W ogólności hamiltonian opisujący oddziaływanie cząstek elementarnych będzie zawierał człony odpowiadające 4 fundamentalnym oddziaływaniom :**

$$\boxed{H = H_{silne} + H_{em} + H_{słabe} + H_{grawit.}}$$

- **Każdy z członów może być niezmienniczy względem różnych transformacji**

$$\downarrow$$

zachowanie różnych liczb kwantowych w poszczególnych oddziaływaniach

- **Porównanie liczb kwantowych w stanie początkowym i końcowym danego procesu pozwala określić typ oddziaływania** (ćwiczenia / przykłady)

Teoria ↔ eksperyment

Doświadczalna ewidencja na zachowanie nowych liczb kwantowych pozwala zidentyfikować symetrie określające własności oddziaływań

$$\downarrow$$

Poprawna konstrukcja hamiltonianu

Zbiór przekształceń każdej symetrii tworzy grupę

- **SO(n)** grupa macierzy ortogonalnych rzędu n o jednostkowym wyznaczniku
  (macierz ortogonalna A : $AA^T = A^TA = I$, A^T (I)macierz transponowana (jednostkowa)
- **U(n)** grupa macierzy unitarnych rzędu n
- **SU(n)** grupa macierzy unitarnych rzędu n o jednostkowym wyznaczniku

---

Rodzaje symetrii :

- **ciągła**
- **dyskretna**
- **przemienna (abelowa)**
- **nieprzemienna (nieabelowa)**

Rodzaje symetrii :

- **ciągła**

transformacje są funkcjami ciągłych parametrów
(np. translacje i obroty przestrzenne)
prowadzi do zachowania wielkości addytywnych (pęd, moment pędu)
→ **addytywne liczby kwantowe** : ładunek elektryczny, liczba barionowa, liczby leptonowe, zapachy kwarków (S, C, B, T)

$$\boxed{\textbf{skończona transformacja ciągła} = \Sigma\ \textbf{infinitezymalnych transformacji ciągłych}}$$

- **dyskretna**

transformacje są funkcjami parametrów dyskretnych
transformacja zachodzi lub nie („all or nothing”)

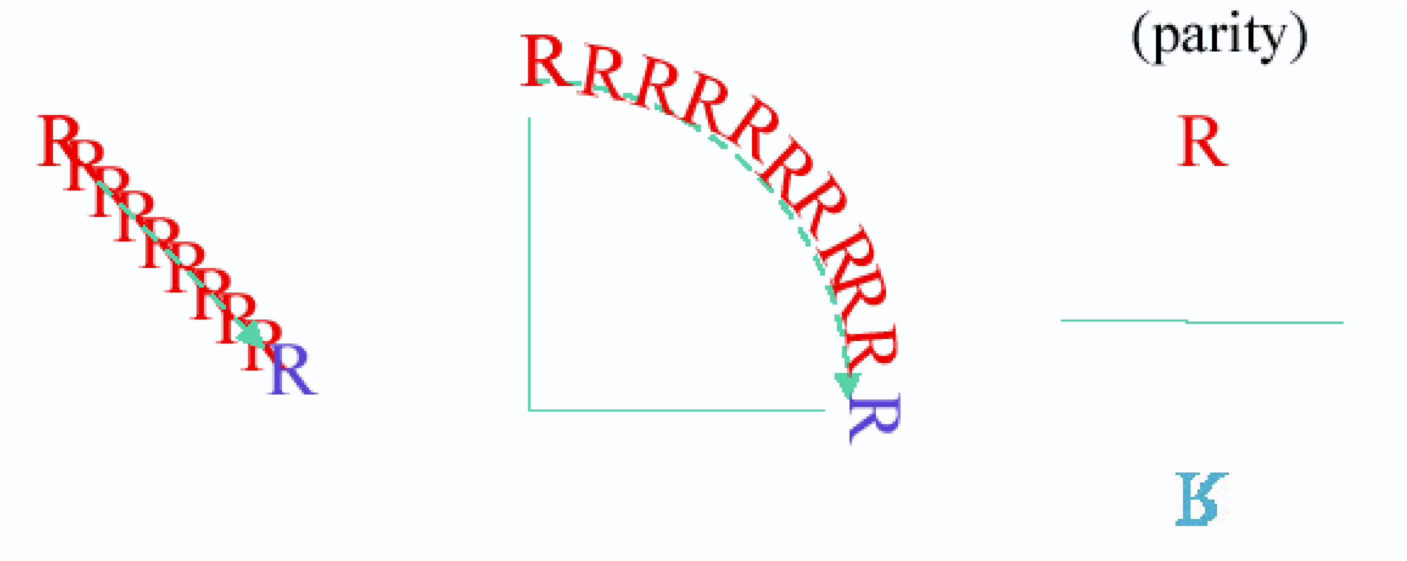
przykłady : inwersja przestrzenna, odwrócenie czasu, sprzężenie ładunkowe

prowadzi do zachowania wielkości multiplikatywnych
→ **multiplikatywne liczby kwantowe : parzystość przestrzenna, ładunkowa, …**

Transformacje ciągłe i dyskretne

translacja | **obrót** | **odbicie przestrzenne**

(inwersja przestrzenna)



transformacja:

ciągła | **ciągła** | **dyskretna**

Symetria dyskretna

Przykłady :

- **Operacja sprzężenia ładunkowego :**

  → **zmiana znaku ładunku elektrycznego**
  i momentu magnetycznego cząstki na przeciwny
  cząstka → antycząstka

- **Oddziaływania silne i elektromagnetyczne są niezmiennicze względem takiej transformacji → zachowanie parzystości ładunkowej C**
  multiplikatywna liczba kwantowa określona dla obojętnych bozonów będących swoimi antycząstkami, np. π^0, γ

Parzystość C – wielkość fizyczna charakteryzująca stany kwantowe ze względu na ich zachowanie się przy operacji sprzężenia ładunkowego
(zamianie cząstek na antycząstki)

Symetria dyskretna

Przykłady : operacja sprzężenia ładunkowego

Rozpady mezonu π^0

Przewidywania modelu kwarków : parzystość ładunkowa π^0, C(π^0) = +1

Eksperyment : dominujący kanał rozpadu $\pi^0 \to 2\gamma$

rozpad $\pi^0 \to 3\gamma$ nieobserwowany $\to$ R = $\Gamma(\pi^0 \to 2\gamma) / \Gamma(\pi^0 \to 3\gamma) < 3 \cdot 10^{-8}$

Rozpad π^0 na fotony jest rozpadem elektromagnetycznym – foton w stanie końcowym

foton – kwant pola elektromagnetycznego, które opisujemy poprzez potencjał wektorowy **A**(**r**, t) i potencjał skalarny ϕ(**r**, t); funkcja falowa fotonu związana jest z **A**(**r**, t)

pole elektryczne $E = -\nabla \varphi - \frac{\partial A}{\partial t}$

operacja sprzężenia ładunkowego : **A**(**r**, t) $\to$ C(γ) **A**(**r**, t), C(γ) – **parzystość ładunkowa γ**

E(**r**, t) $\to$ **–** **E**(**r**, t), ϕ(**r**, t) $\to$ **–** ϕ(**r**, t)

zmiana znaku ładunków wytwarzających pole $\to$ pole elektryczne i potencjał skalarny zmieniają znak

$\Rightarrow$ parzystość ładunkowa fotonu jest ujemna **C**(γ) = –1,

parzystość C dla n fotonów : $(-1)^n$ **, π^0 rozpada się na 2γ** $\Rightarrow$ C(π^0) = +1

jeżeli C(3γ) = -1 rozpad $\pi^0 \to 3\gamma$ jest zabroniony

Eksperyment potwierdza zachowanie parzystości C w procesie i przypisanie C(γ) = -1

Rodzaje symetrii

- **abelowa (przemienna)**

kolejność wykonywania przekształceń składających się na daną symetrię nie ma znaczenia

przykłady : obroty w płaszczyźnie
oddziaływanie elektromagnetyczne grupa U(1) przekształceń
$\exp(i\lambda)$

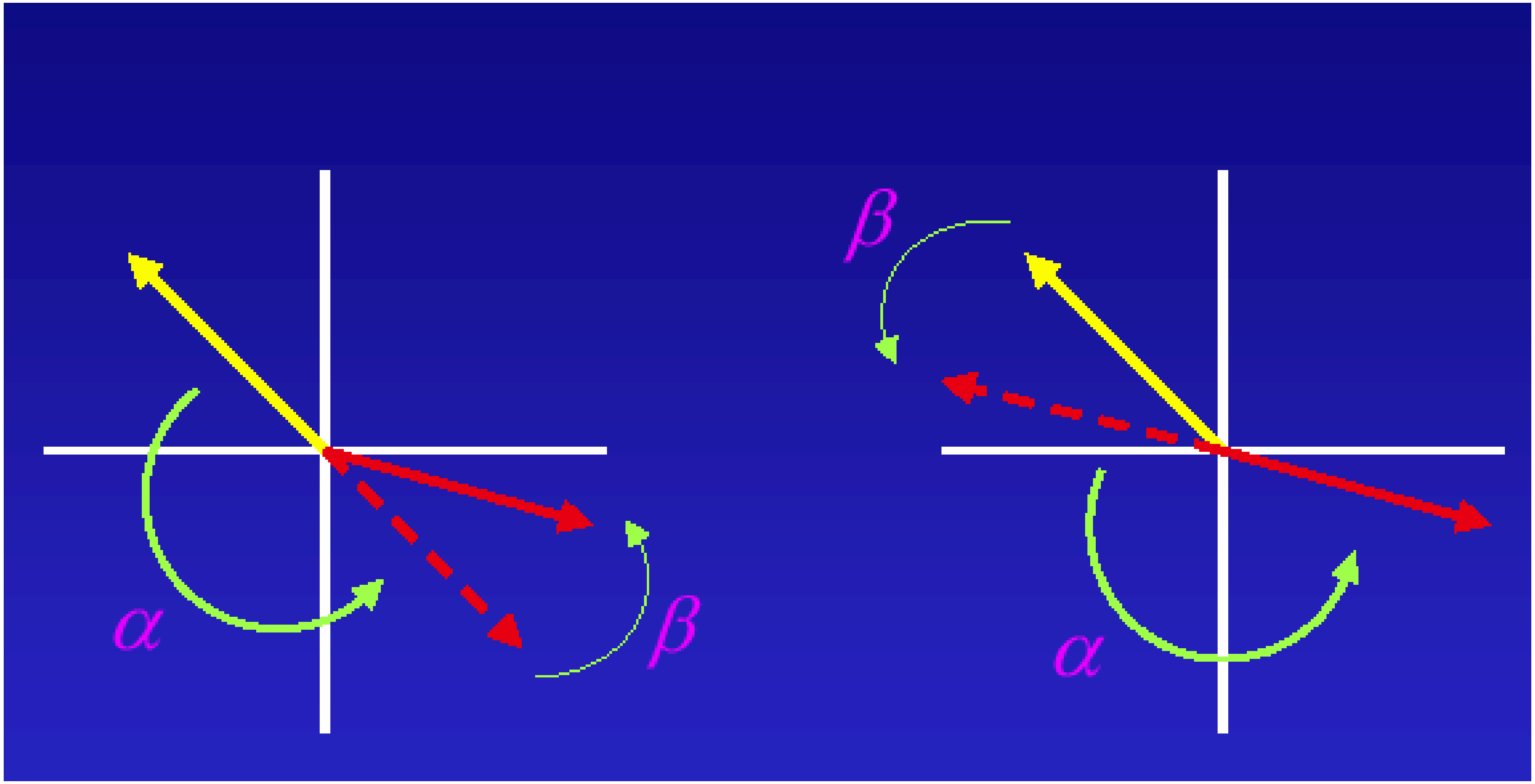
- **nieabelowa (nieprzemienna)**

kolejność wykonywania przekształceń składajacych się na daną symetrię odgrywa rolę

przykłady : obroty w przestrzeni
oddziaływania silne grupa SU(2) izospinu
grupa $\mathbf{SU(3)_{kolor}}$
oddziaływania słabe grupa SU(2) słabego izospinu

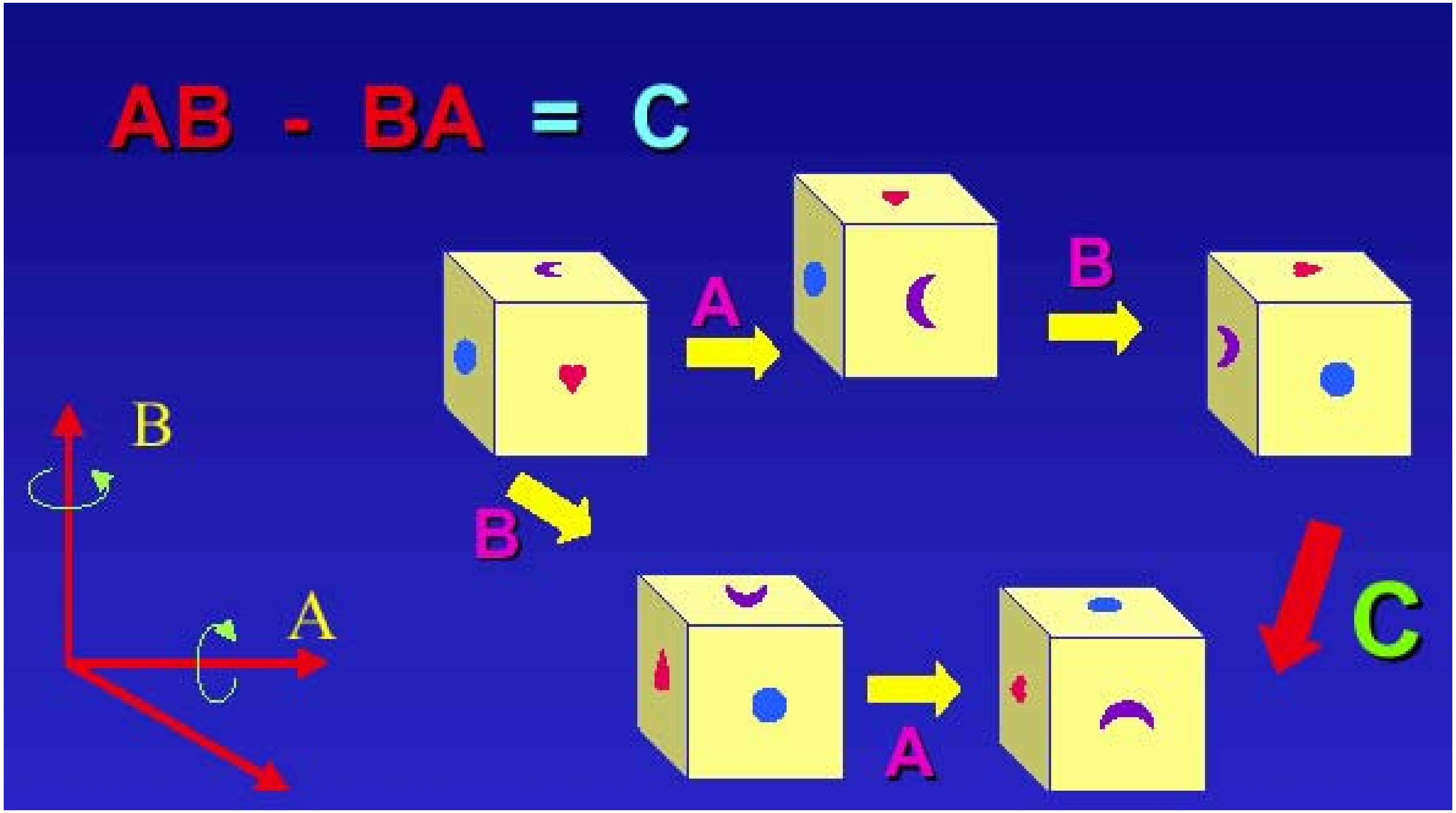
Symetria abelowa : grupa obrotów w płaszczyźnie

Kolejność wykonywania obrotów nie ma znaczenia



Symetria nieabelowa : grupa obrotów w przestrzeni

Kolejność wykonywania obrotów względem różnych osi ma znaczenie



Przykłady symetrii w fizyce cząstek

- **U(1)** **przemienna (abelowa) grupa cechowania w elektrodynamice kwantowej (QED)**
- **SO(1)** grupa obrotów wokół osi x → **niezmienniczość prowadzi do zachowani krętu**
- **SU(2)** nieprzemienna (nieabelowa) grupa obrotów w przestrzeni spinu izotopwego (izospinu) – **symetria izospinowa oddziaływań silnych** → **zachowanie izospinu**
- **SU(3)$_{zapach}$** grupa obrotów w przestrzeni zapachów
  symetria oddziaływań silnych dla lekkich kwarków u, d i s
  klasyfikacja hadronów – multiplety grupy SU(3)$_{zapach}$
- **SU(3)$_{kolor}$** **nieabelowa grupa przekształceń** w abstrakcyjnej przestrzeni koloru w **QCD**
  oddziaływania międzykwarkowe są niezmiennicze względem zamiany koloru

Symetria zapachowa oddziaływań silnych

$SU(2)_{izospin}$ oddziaływania silne nie są czułe na zapach kwarków $SU(3)_{zapach}$

- $m_u \approx m_d \;\rightarrow$ przybliżona symetria zapachowa oddziaływań silnych

tzn. zamiana kwarków u ↔ d nie ma znaczenia

- kwarki u i d – dwa stany tej samej cząstki

fn. falowa takiej cząstki $\psi(x) = \begin{pmatrix} u(x) \\ d(x) \end{pmatrix}$

- niezmienniczość oddz. silnych dla zamiany u↔d – niezmienniczość względem obrotów w abstrakcyjnej przestrzeni izospinu

$$\begin{pmatrix} u' \\ d' \end{pmatrix} = \underset{SU(2)}{\hat{U}} \begin{pmatrix} u \\ d \end{pmatrix}$$

grupa obrotów

> zachowana liczba kwantowa : **izospin I**

- multiplety izospinowe o krotności 2I +1

I = ½ proton, neutron

I = 1 mezony π^+, π^-, π^0

I = 3/2 bariony $\Delta^{++}, \Delta^+, \Delta^0, \Delta^-$

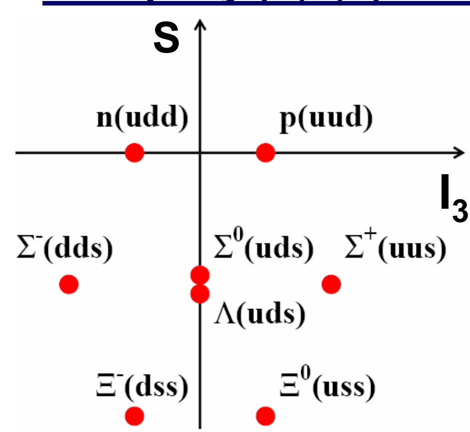
- SU(2) → SU(3) uogólnienie symetrii izospinowej przez Gell-Manna i Ne'emanna (odkrycie cząstek dziwnych → nowa liczba kwantowa - dziwność)

- funkcja falowa cząstki występującej w 3 stanach różniących się zapachem

$$\psi(x) = \begin{pmatrix} u(x) \\ d(x) \\ s(x) \end{pmatrix} \longrightarrow \begin{pmatrix} u' \\ d' \\ s' \end{pmatrix} = \underset{SU(3)}{\hat{U}} \begin{pmatrix} u \\ d \\ s \end{pmatrix}$$

- niezmienniczość oddz. silnych względem obrotów ψ(x) w przestrzeni zapachu

- multiplety (u,d,s) mezonów i barionów



multiplet barionów (qqq)

$J^P = ½^+$

Symetria (transformacja)		**Zachowana wielkość** (liczba kwantowa)
translacja w czasie	→	**energia**
przesunięcie w przestrzeni	→	**pęd**
obrót w przestrzeni	→	**moment pędu**
obrót w przestrzeni izospinu	→	**izospin I, I_3**
inwersja przestrzenna	→	**parzystość przestrzenna P**
sprzężenie cząstka-antycząstka	→	**parzystość ładunkowa C**
symetrie "przypadkowe" QED i QCD	→	**zapach kwarków** (zachowanie dziwności, powabu, piękna, liczby T)
symetria cechowania QED	→	**ładunek elektryczny**
?? zachowanie liczb barionowej i leptonowej automatycznie Wynika z Modelu Standardowego bezmasowe neutrina	→	**liczba barionowa, leptonowa** **L_e, L_μ, L_τ**
?? neutrina z masą		**globalna liczba leptonowa ??**

Większość odkrytych eksperymentalnie symetrii cząstek elementarnych jest ”symetriami przypadkowymi” .

- **Symetrie przypadkowe QCD:**

zachowanie parzystości przestrzennej, ładunkowej (**oraz liczb kwantowych związanych z zapachem kwarków**)
Zachowanie dziwności, powabu, piękna i liczby T wynika ze struktury sprzężeń gluonów z kwarkami - emisja/absorpcja gluonu nie powoduje zmiany zapachu kwarka.

Symetria izospinowa SU(2) i symetria $SU(3)_{zapach}$ są **naprawdę przypadkowymi** konsekwencjami b. małych mas kwarków u,d oraz s występujących w QCD.

- **Symetrie przypadkowe QED:**

zachowanie parzystości przestrzennej i ładunkowej (**oraz liczb kwantowych związanych z zapachem kwarków -** emisja /absorpcja fotonu nie powoduje zmiany zapachu kwarka)

- **Zachowanie liczby barionowej i leptonowej** we wszystkich oddziaływaniach:

Model Standardowy oparty na symetrii cechowania SU(3) x SU(2) x U(1) automatycznie zachowuje te liczby kwantowe , symetria przypadkowa ??

Symetria przypadkowa nie jest fundamentalną symetrią pola kwantowego.
Np. warunek renormalizowalności (procedura usuwania nieskończoności w obliczeniach) może spowodować, że efektywny lagranżjan teorii będzie niezmienniczy względem jednej lub więcej symetrii. Takie przypadkowe symetrie mogą być naruszane przez człony tłumione w efektywnym lagranżjanie, które mogą się okazać ważne przy b.dużych energiach.

Zachowanie ładunku elektrycznego

- **Skwantowanie ładunku – ładunek elektryczny "obserwowanych" cząstek elementarnych jest wielokrotnością ładunku elementarnego** (ładunku elektronu)

  $Q = n \cdot Q_{elektron}$, $n = 0, \pm 1, \pm 2, \ldots$ n – kwantowa liczba ładunkowa

  (ale ładunek kwarków jest ułamkowy)

zrozumienie problemu kwantyzacji ładunku elektrycznego ma znaczenie fundamentalne

- **Ładunek elektryczny jest zachowany we wszystkich oddziaływaniach: silnych, elektromagnetycznych & słabych**

  Z jaką symetrią związane jest prawo zachowanie ładunku elektrycznego ??

- **Doświadczalne ograniczenia na niezachowanie ładunku :**

ograniczenie na średni czas życia τ dla rozpadu neutronu

$$\boxed{\tau\,(\,n \rightarrow p\nu_e\bar{\nu}_e\,) > 10^{18}\ \text{lat}}$$

Globalna symetria cechowania

Z jaką symetrią związane jest zachowanie ładunku elektrycznego ??

- **Lagranżjan dla relatywistycznego swobodnego elektronu (cząstki o spinie ½) :**

$L = i\,\psi^*\gamma_\mu\partial^\mu\psi - m\psi^*\psi,\quad \partial^\mu \equiv \partial/\partial x_\mu\,,\ x_\mu$ – współrzędne czasoprzestrzenne

ψ – czteroskładnikowa funkcja falowa (spinor Diraca), γ_μ – macierze 4x4 , μ =1,2,3,4

4 składowe zespolone opisują fermion i antyfermion z 2 możliwymi stanami spinowymi

→ **równanie Diraca w postaci kowariantnej :** $i\,(\gamma_\mu\partial^\mu - m)\psi = 0$

- **Wyniki fizyczne nie zależą od przekształcenia fazy funkcji falowej :**

$\psi \rightarrow \psi' = e^{i\omega}\cdot\psi\,,$ **globalna transformacja cechowania**

transformacja fazy niezależna od p-tu czasoprzestrzeni (**x**, t) czyli dla ω = const

► **Transformacje obrotu fazy o kąt ω : $U(\omega) = e^{i\omega}$ tworzą unitarną grupę abelową U(1)**

► **Lagranżjan jest niezmienniczy względem globalnej transformacji cechowania**

$L(\psi) = L(\psi')$

Globalna symetria cechowania

- Zgodnie z twierdzeniem Noether z taką symetrią związane jest prawo zachowania :

Dla każdej ciągłej, jednoparametrowej symetrii lagranżjanu istnieje jeden zachowany prąd (J^μ)

$$J^\mu = \partial L / \partial (\partial_\mu \psi) \cdot \delta\psi \quad \rightarrow \quad J^\mu = -\,\omega\, \psi^* \gamma_\mu \psi$$

relatywistyczna gęstośc prądu elektronu

zachowany ładunek elektryczny $Q(t) = \int d^3x J^0(t, x), \quad dQ/dt = 0$!!

Dirakowski ładunek elektryczny = całka przestrzenna z zerowej składowej dirakowskiego zachowanego prądu

Zachowanie ładunku elektrycznego wynika z niezmienniczości względem globalnej transformacji cechowania

Lokalna symetria cechowania

- **Prawa fizyki powinny być niezmiennicze względem dowolnych lokalnych zmian fazy – lokalna symetria cechowania**

$$\boxed{\psi \rightarrow \psi'' = e^{\,i\,\omega(x,\,t)}\psi}$$

kąt obrotu fazy $\omega(\mathbf{x}, t)$ zależny od p-tu w czasoprzestrzeni (położenia i czasu)

- **Lagranżjan swobodnego elektronu nie jest niezmienniczy względem takiej transformacji lokalnej** $L(\psi) \neq L(\psi'')$

  (zawiera pochodne pola, które przekształcają się inaczej niż same pola)

- **Wprowadzenie pola wektorowego A_μ (pola cechowania)** opisującego bezmasowe cząstki z jednostkowym spinem ratuje niezmienniczość względem lokalnej symetrii cechowania

  ► **transformacja pola wektorowego**

$$\boxed{A_\mu \rightarrow A_\mu' = A_\mu + 1/e\; \partial_\mu\, \omega}$$

  +

  ► **zastąpienie w lagranżjanie pochodnej $\partial_\mu \equiv \partial / \partial x_\mu$ przez pochodną kowariantną**

$$\boxed{\partial_\mu \rightarrow D_\mu \equiv \partial_\mu - i\, e\, A_\mu}$$

***e* – ładunek elektronu**

↓

Lagranżjan jest niezmienniczy względem lokalnej transformacji cechowania

Lokalna symetria cechowania

- niezmienniczość względem lokalnej zmiany fazy funkcji falowej swobodnego elektronu $\longrightarrow$ istnienie dodatkowego pola cechowania A_μ
- to dodatkowe pole jest polem elektromagnetycznym, którego kwantem jest foton, bezmasowa cząstka o spinie jednostkowym

$$F_{\mu\nu} \equiv \partial_\mu A_\nu - \partial_\nu A_\mu$$

tensor natężenia pola em.

$$A_\mu = (A_0\,, -A)$$

czteropotencjał pola em.

$$\boxed{L = i\psi^*\gamma_\mu\partial^\mu\psi - e\psi^*\gamma_\mu A^\mu\psi - m_e\psi^*\psi \;-\; 1/4F_{\mu\nu}F^{\mu\nu}}$$

energia kinetyczna elektronu	oddziaływanie elektron-foton	człon związany z masą elektronu	energia kinetyczna pola A_μ (fotonu)

$\downarrow$

ładunki oddziałują z długozasięgowym polem elektromagnetycznym

> Taka postać lagranżjanu odp. **elektrodynamice kwantowej**
>
> kwantowej teorii pola opisującej oddziaływanie cząstek naładowanych elektrycznie poprzez wymianę fotonów, kwantów pola elektromagnetycznego

Dodanie do lagranżjanu członu masowego dla fotonu naruszałoby niezmienniczość teorii względem cechowania, konieczną też do zapewnienia renormalizowalności :

$\longrightarrow$ **bezmasowość fotonu wynika z lokalnej symetrii cechowania !!**

Zachowanie ładunku elektrycznego

liczba ładunkowa w stanie początkowym = liczba ładunkowa w stanie końcowym

$$\Sigma_i Q_i = \Sigma_f Q_f$$

	γ	+	p	$\rightarrow$	π^+	+	n	
Q :	**0**		**+1**		**+1**		**0**	

oddziaływanie elektromagnetyczne

(foton oddziałuje tylko elekromagnetycznie)

	π^-	+	p	$\rightarrow$	K^0	+	Λ^0
Q :	**-1**		**+1**		**0**		**0**
S :	**0**		**0**		**+1**		**-1**

oddziaływanie silne

(hadrony + zachowanie dziwności S, $K^0(d\bar{s})$, $\Lambda^0(\bar{d}s)$)

	K^0	$\rightarrow$	π^+	+	π^-
Q :	**0**		**+1**		**-1**
S :	**+1**		**0**		**0**

rozpad słaby

(dziwność nie jest zachowana)

Liczba barionowa

Rozpad protonu dozwolony przez prawo zachowania energii, ładunku elektrycznego, momentu pędu

$$\mathbf{p \rightarrow e^{+}\ \nu_{e}\ \ ??}$$

nie obserwujemy takiego rozpadu

Eksperyment :

stabilność swobodnego protonu

$\downarrow$

prawo zachowania addytywnej liczby barionowej

(1939 Stückelberg, 1949 Wigner)

<u>Doświadczalne ograniczenie na niezachowanie liczby barionowej :</u>

$\tau\ (\mathbf{p \rightarrow e^{+}\ \pi^{0}}) > \mathbf{5.0 \cdot 10^{33}}$ **lat**

$\tau\ (\mathbf{n \rightarrow e^{+}\ \pi^{-}}) > \mathbf{5.0 \cdot 10^{33}}$ **lat**

Eksperyment Superkamiokande

Dolne ograniczenie na τ_{p} wynikajace z faktu istnienia zaawansowanych form życia na Ziemi : τ_{p} **> 10^{16} lat** (oszacowanie wieku Wszechświata ~$15 \cdot 10^{9}$ lat)

Bariony (qqq)	**B** = +1	**kwarki**	**B** = +⅓
Antybariony ($\bar{q}\bar{q}\bar{q}$)	**B** = **-1**	**antykwarki**	**B** = **-** ⅓
Wszystkie inne cząstki	**B** = **0**	pozostałe cząstki fundamentalne	**B** = **0**

B(proton) **= +1, B**(neutron) **= +1**

Zachowanie liczby barionowej

Teoria z lokalną symetria cechowania

→ **istnienie wielkości podlegającej absolutnemu prawu zachowania związane jest z istnieniem pola długozasięgowego oddziałującego z tą wielkością**

(np. zachowanie ładunku elektrycznego i pole elektromagnetyczne w QED)

Czy z liczbą barionową jest sprzężone jakieś pole długozasięgowe ?? Nie !

- Zasada równoważności ogólnej teorii względności : stosunek R masy grawitacyjnej do bezwładnej taki sam dla wszystkich substancji

II prawo dynamiki Newtona : $m_I \ddot{\mathbf{x}} = \mathbf{F}$, m_I – masa bezwładna

siła grawitacyjna $\mathbf{F}_{\mathbf{graw}} = m_G \mathbf{g}$, m_G – masa grawitacyjna

$R = m_G / m_I = \text{const}$ $\mathbf{g}$ – natężenia pola grawitacyjnego

- Pole sprzęgające się do liczby barionowej → modyfikacja siły oddziaływania grawitacyjnego → nieznaczne różnice R dla różnych materiałów

- Pomiar R w coraz bardziej precyzyjnych eksperymentach zapoczątkowanych przez Eötvösa w 1889 roku (poszukiwanie ”piątej siły”)

  $\mathbf{\Delta R / R < 10^{-12}}$ → sprzężenie hipotetycznego pola do liczby barionowej o wiele słabsze niż oddziaływanie grawitacyjne $\mathbf{G_{BARION} < G_{NEWTON} \cdot 10^{-9}}$

Zachowanie liczby barionowej

Teoria z lokalną symetria cechowania

→ **istnienie wielkości podlegającej absolutnemu prawu zachowania związane jest z istnieniem pola długozasięgowego oddziałującego z tą wielkością**
(np. zachowanie ładunku elektrycznego i pole elektromagnetyczne w QED)

Liczba barionowa należy do klasy "ładunków" związanych jedynie z pewnymi prawami zachowania i tzw. symetriami globalnymi teorii. Natomiast ładunek elektryczny charakteryzuje elektromagnetyczne oddziaływania cząstek z nośnikami sił, fotonami.

Zachowanie liczby barionowej wynika automatycznie z Modelu Standardowego opartego na symetrii cechowania SU(3) x SU(2) x U(1)

Zachowanie liczby barionowej

Liczba barionowa jest zachowana we wszystkich oddziaływaniach: silnych, elektromagnetycznych & słabych

$$\Sigma_i B_i = \Sigma_f B_f \quad \leftrightarrow \quad N_q - N_{\bar{q}} = \text{const}$$

N_q, $N_{\bar{q}}$ – liczba kwarków, antykwarków

$\pi^- + p \rightarrow K^0 + \Lambda^0$ — oddziaływanie silne

B : 0 1 0 1

$\gamma + p \rightarrow \pi^+ + n$ — oddziaływanie elektromagnetyczne

B : 0 1 0 1

$n \rightarrow p + e^- + \bar{\nu}_e$ — słaby rozpad β

B : 1 1 0 0

W Modelu Standardowym proton będący najlżejszym barionem nie może ulec rozpadowi

$p \not\rightarrow e^+ + \pi^0$

B: 1 0 0