# Rudymenty fizyki cząstek

- Wprowadzenie do szczególnej teorii względności
- Czterowektory
- Masa efektywna układu cząstek
- Jednostki tzw. Naturalne
- Pospieszność
- Czas własny, rozpady cząstek
- Przykłady rachunków kinematycznych:

Energia i pęd w układzie środka masy

Energia progowa, ograniczenie GZK

**♦**Rozpad mezonu π

Rachunki z użyciem niezmienników kinematycznych

- Przekrój czynny, strumień, świetlność
- Przestrzń fazowa, obliczanie przekrojów czynnych (złota reguła Fermiego)

Eksperymentalne badania cząstek elementarnych: duże energie pocisków  $\rightarrow v \approx c$ .

Elektron 30 GeV (SLAC),  $m_e \approx 0.5 \text{ MeV} \rightarrow v/c \approx 1-10^{-10}$ 

Muon o energii 1 GeV i masie m<sub>u</sub> $\approx$ 100 MeV $\rightarrow$ v/c $\approx$ 1-0.005

 Większośc cząstek z którymi mamy do czyniania w eksperymentach fizyki wysokiej energii jest relatywistyczna tj. porusza się z predkościami porównywalnymi z prędkością światła

Kinematyka : relacje pomiędzy prędkościami, kątami, pędami , energiami etc. W róznych inercjalnych układach współrzędnych a także relacje wynikające z zasad zachowania energii i pędu. Kienematyka nierelatywistyczna: czas jest uniwesalną zmienną taką samą dla wszystkich układów odniesienia.

Kinematyka relatywistyczna: pojecie równoczesności jest relatywne $\rightarrow$  czas nie jest uniwersalny $\rightarrow$  rolę punktu w przestrzeni (x,y,z) przejmuje punkt w czaso-przestrzeni (ct,x,y,z)

Transformacja Galileusza :  $(x,y,z) \rightarrow (x'(x,y,z,v,t),y'(...),z'(...); t=t'$ 

Transformacja Einsteina:  $(ct,x,y,z) \rightarrow (ct'(x,y,z,v,t),x'(...),y'(...),z'(...)); t \neq t'$ 

Transformacja wzdłuż osi z z prędkością u :

$$x' = x, y' = y,$$
  

$$z' = \gamma(z - ut)$$
  

$$t' = \gamma(t - \beta z / c)$$
  

$$z \text{ i t mieszają się !}$$

- $\gamma$  : czynnik Lorentza (Lorentz boost)
- $\beta$ : predkośc względna (w stosunku do prędkości światła w próżni)

$$\beta = u/c$$
  $\gamma = \frac{1}{\sqrt{1-\beta^2}}$ 

#### Kinematyka relatywistyczna – wprowadzenie (3)

Transformacja wzdłuż dowolnego kierunku u z prędkością  $\beta$  i czynnikiem lorentza  $\gamma$ :  $\vec{(r,t)} \Rightarrow \vec{(r',t')}$ 



•Transformacje Lorentza tworzą grupę

•Grupa Lorentza jest pojecięm nieco ogolniejszym: zawiera czyste transformacje Lorentza (Lorentz boost) i obroty tworzące podgrupę (obrotów) Kinematyka relatywistyczna – wprowadzenie (4)

Relacje pomiędzy energią, pędem i masą cząstki

Klasyczna definicja pędu m=mv nie może zostać utrzymana ze względu na

Zasadę Zachowania Pędu→uogólniona (relatywistyczna) definicja:

$$\vec{p} = m \gamma \vec{v}$$

gdzie m jest masą spoczynkową czastki .

Alternatywny zapis :

$$\vec{p} = m_{rel} \vec{v}$$

Gdzie m<sub>rel</sub>=γm→stary przesąd, że "masa zależy od predkości"

Relatywistczna definicja energii

$$E = mc^2 \gamma$$

Energia kinetyczna:

$$K = (\gamma - 1)mc^2$$

$$E^2 = (mc^2)^2 + (pc)^2$$

rudymenty fizyki cząstek

Kinematyka relatywistyczna – wprowadzenie (5)

$$\gamma = \frac{1}{\sqrt{1 - \beta^2}} \qquad \therefore \qquad \gamma^2 \left(1 - \beta^2\right) = 1$$
  
or  $\gamma^2 = 1 + \gamma^2 \beta^2 \qquad \qquad \text{Mnożymy przez m}^2 c^4$ 
$$\gamma^2 m^2 c^4 = m^2 c^4 + \gamma^2 \beta^2 m^2 c^4$$
$$E^2 = (mc^2)^2 + (pc)^2$$

$$E = \gamma mc^2$$
,  $p = \gamma \beta mc$  or  $\gamma = \frac{E}{mc^2}$  and  $\beta = \frac{p}{\gamma mc^2} = \frac{pc}{E}$ 

m może być = 0 ale wtedy E=pc≠0; relatywistycznie E zawsze ≠0 dla cząstek rzeczywistych (nie-wirtualnych)

Kinematyka relatywistyczna- granica nierelatywistyczna

Granica nierelatywistyczna : p<<m

$$E = \left\{ (mc^2)^2 + (pc)^2 \right\}^{1/2} = mc^2 \left( 1 + \frac{p^2}{m^2 c^2} \right)^{1/2}$$
$$= mc^2 (1 + p^2 / 2m^2 c^2 + ...)$$
$$= mc^2 + p^2 / 2m$$
W granicy  $\gamma \rightarrow 1$  nierelatywistyczna  
jest trochę nieoczekiwanym wnioskiem  
ze szegolnej teorii względności, który  
nabiera włąściwego sensu w  
relatywistycznej teorii pola gdzie  
energia może zamieniać się w cząstki

#### Czterowektory (1)

•Wektor: obiekt matematyczny o własnościach które określa tzw. algebra wektorów, ma określone własności względem grupy obrotów, translacji, odbić etc. etc.

•Cztero-wektor (4-wektor): obiekt matematyczny którego własności transformacyjne określa grupa Lorentza. Punkt przestrzenno-czasowy jest czterowektorem (z definicji)

$$(ct, \vec{r}) \rightarrow (ct', \vec{r'})$$

Transformacja Lorentza

•4-wektor nie jest wektorem w przestrzeni 4-wymiarowej, iloczyn skalarny jest zdefiniowany inaczej:

$$a.b = a_0b_0 - a_xb_x - a_yb_y - a_zb_z = a_0b_0 - \vec{a} \cdot \vec{b}$$
  
Lorentzowski iloczyn skalarny  
Niezmiennik tr. Lorentza  
rudymenty fizyki c  
Niezmiennik grupy obrotów

#### Czterowektory (2)

Obiekt p = (E/c, p) jest czterowektorem tzn. transformuje się tak jak x = (ct, x)

$$p.p = E^2 / c^2 - (\vec{p})^2 = m^2$$

p.p jest niezmiennikiem Lorenztowskim→ masa spoczynkowa cząstki jest niezmiennikiem

<u>Niezmiennik Lorentza</u> : skalar względem transformacji L., w dwóch różnych układach dostajemy tą samą liczbę

<u>Wielkość zachowywana</u>: w danym układzie dostajemy tą samą liczbę w różnych momentach czasu

Czterowektory można dodawać

$$\sum_{i} p_{i} = \left( \sum_{i} E_{i} / c, \sum_{i} \overrightarrow{p_{i}} \right)$$

Masa efektywna  $M_{eff}$  układu cząstek z czteropędami  $p_i$ 

$$M_{eff} = \sqrt{\left(\sum_{i} p_{i}\right)^{2}}$$

ma sens fizyczny masy spoczynkowej cząstki która rozpadła się na układ cząstek z czteropędami p<sub>i</sub> co wynika z zasady zachowania energii-pędu czyli czteropędu. **Masa efektywna układu cząstek nie jest sumą mas spoczynkowych cząstek !** (relatywistczny efekt zamiany masy w energię)

Większość cząstek obserwowanych w fizyce wysokich energii żyje tak krótko, że o ich istnieniu i własnościach wnioskujemy z obserwacji produktów rozpadu

#### Masa efektywna układu cząstek

Brookhaven  $p + Be \rightarrow J (\rightarrow e^+ + e^-) + X$ 



#### Masa efektywna układu cząstek



Fig. 4.11. The first  $\Omega^-$  event (Barnes *et al.* 1964), courtesy Brookhaven National Laboratory). It depicts the following chain of events:

#### 4-wektory przestrzenne i czasowe



<u>ds<sup>2</sup>=0</u> odpowiada zadrzeniom położonym na stożku świetlnym, są to zdarzenia <u>światłopodobne (lightlike)</u>, komunikacja przy użyciu sygnałów v=c

#### 4-wektory przestrzenne i czasowe

Cząstki rzeczywiste mają dodatnią mase spoczynkową  $\underline{p^2=m^2>0}$  poruszają się z prędkością < c, mogą służyć do komunikacji pomiędzy zdarzeniami z interwałem czasowym, mają <u>czterowektory czasopodobne</u>

**Cząstki wirtualne** z ujemną masą spoczynkową <u>p<sup>2</sup>=m<sup>2</sup><0</u> pośredniczą pomiędzy zdarzeniami z interwałem przestrzennym, mają <u>czterowektory</u> <u>przestrzennopodobne</u>



 $q = (E_q, p_q)$ 

 $p_1$ 

Wektor transferu czteropędu jest przestrzennopodobny:  $Q^2 = (p_1 - p_2)^2 < 0$ 

rudymenty fizyki cząstel

# Dygresja: jednostki naturalne

- SI: [M] kg [L] m [T] s
- •Nieprzydatny (niewygodny) dla fizyki cząstek: M<sub>proton</sub>=10<sup>-27</sup> kg

•Dla fizyki cząstek używamy układu jednostek z inną bazą opartą wielkościach charakterystycznych dla mechaniki kwantowej i teorii względności:

- •Jednostka akcji kwantowo-mechanicznej  $\hbar$  (Js)
- •Prędkość światła c (ms<sup>-1)</sup>
- jednostka energii GeV= $10^9 \text{ eV} = 1.6 \text{x} 10^{-10} \text{ J}$



# Dygresja: jednostki naturalne (2)

Energia GeV		Czas (GeV/ $\hbar$ ) <sup>-1</sup>				
Pęd	GeV/c	długość (GeV/ ħ)-1				
Masa	GeV/c <sup>2</sup>	powierzchnia (GeV/ħ)-2				

W naturalnym układzie jednostek możemy uprościć zapis formuł wybierając  $\hbar = c = 1$ 

```
Wtedy : E^2=p^2 + m^2; v=\beta; ....
```

```
[Energia]=[pęd]=[masa] = GeV
```

```
[Czas]=[długość]=GeV<sup>-1</sup>
```

Przejscie do SI poprzez ponowne wprowadzenie "brakujących"  $\hbar$  i c

## Dygresja: jednostki naturalne (3)

Przykład: Pole = 1 GeV<sup>-2</sup>  $[L]^{2} = [E]^{-2} [\hbar]^{n} [c]^{m} \qquad n? m?$   $[L]^{2} = [E]^{-2} [\underline{E}]^{n} [T]^{n} [\underline{L}]^{m} [T]^{-m}$   $[\hbar^{n}] \qquad [c^{m}]$ 

→n=2; m=2  
Pole ([SI])=1 GeV<sup>-2</sup> 
$$\hbar^2 c^2$$
 =3.8x10<sup>-32</sup> m<sup>2</sup> =0.38mb

### Parę liczb do pamiętania

 $1 \text{ MeV} = 10^{6} \text{ eV}, 1 \text{ GeV} = 10^{9} \text{ eV}, 1 \text{ TeV} = 10^{12} \text{ eV}$   $1 \text{ eV} = 1.6 \times 10^{-19} \text{ J}$  1 TeV = 1000 GeV, 1 GeV = 1000 MeV  $\hbar c = 1.05 \times 10^{-34} \text{ Js} \times 3 \times 10^{8} \text{ ms}^{-1} \text{ (SI units)}$ 

ħc = 197 MeV fm

$$\hbar = c = k_B = 1$$

- Energy:  $1 \text{ GeV} = 1.6 \cdot 10^{-3} \text{ erg};$
- Temperature:  $1 \text{ GeV} = 1.2 \cdot 10^{13} \text{ K}$ ,  $1 \text{ K} = 0.8 \cdot 10^{-13} \text{ GeV}$ ;
- Mass: 1 GeV =  $1.8 \cdot 10^{-24}$  grams;
- Length: 1 GeV<sup>-1</sup> =  $2 \cdot 10^{-14}$  cm , 1 cm =  $5 \cdot 10^{13}$  GeV<sup>-1</sup>;
- Time: 1 GeV<sup>-1</sup> =  $6.6 \cdot 10^{-25}$  s, 1 s =  $1.5 \cdot 10^{24}$  GeV<sup>-1</sup>;

## To i owo do zapamiętania



1 fm to typowy rozmiar hadronu, zaobserwowanie kwarkow wymagało wiekszy przekazów pędu (SLAC ΔE≈1...2 GeV)

$$\Delta E = 100 GeV \Rightarrow \Delta x = 2 \times 10^{-3} fm$$
  
 $\uparrow$   
Przekazy energii uzyskiwane na HERA, aktualnie najlepsze zdolność rodzielcza

rudymenty fizyki cząstek

## Pospieszność

$$p^{\mu} \equiv (E, \vec{p}_{T}, p_{z}) \qquad y \equiv \frac{1}{2} \ln \left( \frac{E + p_{z}}{E - p_{z}} \right)$$

$$E = \sqrt{m^{2} + p_{T}^{2}} \cosh y \equiv m_{T} \cosh y,$$

$$p_{z} = \sqrt{m^{2} + p_{T}^{2}} \sinh y \equiv m_{T} \sinh y.$$

$$\eta = \frac{1}{2} \ln \left( \frac{1 + \cos \theta}{1 - \cos \theta} \right) = \ln \cot \frac{\theta}{2},$$

$$\tan \theta = \frac{p_{T}}{p_{z}}.$$

$$y \approx \eta - \frac{m^{2}}{2 |\vec{p}|^{2}} \frac{\cos \theta}{\sin^{2} \theta} \qquad y \xrightarrow{p \gg m} \eta.$$

$$\theta \to 0 : \eta \to \infty,$$

$$\theta \to \pi : \eta \to -\infty,$$

$$20$$

#### Pospieszność (2)

Pospieszność jest addytywna dla transformacji Lorentza wzdłuż tego samego kierunku tzn. jeżeli układzie  $\Sigma$  obiekt ma pospieszność  $\eta$  i  $\Sigma$  porusza się względem  $\Sigma$ ' z pospiesznością **a** to w  $\Sigma$ '  $\eta$ '=  $\eta$ +**a** 



Rozkłady w funkcji pospieszności (pseudopospieszności) po transformacji do innego układu nie zmieniają kształtu, jedynie "przesuwają" się (translacja)

## Czterowektory: transformacje

$$p = \left(\vec{E}, \vec{p}\right)$$

$$E' = \gamma (E - \beta p_{=})$$

$$p_{=}' = \gamma (p_{=} - \beta E)$$

$$p_{\perp}' = p_{\perp}$$

$$\vec{p} = m\gamma \vec{v}$$

$$\vec{v} = \frac{\vec{p}}{E}$$

$$x' = \gamma(x - \beta t)$$
  

$$t' = \gamma(t - \beta x)$$
  

$$t'_{2} - t'_{1} = \gamma((t_{1} - t_{2}) - \beta(x_{1} - x_{2}))$$
  
Czas w układzie obserwatora  
Czas w układzie spoczynkowym

Zdarzenia 1 i 2 w tym samym punkcie w przestrzeni i róznych czasach tj  $\Delta x=0 \rightarrow$ układ spoczynkowy po prawej

$$\Delta t' = \gamma \Delta t \longleftarrow$$

Relatywistyczne wydłużenie czasu o kluczowych konsekwencjach w fizyce cząstek

rudymenty 112 yrr cząster

Czas własny

-mierzony w układzie własnym (RF) cząstki -w tym układzie (jako jedynym wyróżnionym) podawany jest czas życia

Jaki jest czas życia w dowolnym układzie (LAB w szczególności)?

LAB: 
$$\longrightarrow \Delta s^2 = c^2 \Delta t^2 - \Delta x^2 - \Delta y^2 - \Delta z^2$$

Ukł.  $\longrightarrow \Delta s^2 = c^2 \tau^2$ 

spoczynkowy

$$\tau = \frac{\sqrt{\Delta s^2}}{c} = \Delta t \sqrt{1 - \frac{\Delta x^2 - \Delta y^2 - \Delta z^2}{c^2 \Delta t^2}} = \Delta t \sqrt{1 - \beta^2} = \frac{\Delta t}{\gamma}$$

Cząstka "żyje" w LAB o  $\gamma$  i.e. Czynnik Lorentza dłużej

### Rozpad mionów kosmicznych



### Rozpady cząstek powabnych, parametr zderzenia

Typowy czas życia cząstek powabnych np. D<sup>0</sup> jest  $\tau \cong 10^{-13}$  co odpowiada drodze rozpadu c $\tau \cong 300 \ \mu m$ . Rzeczywista droga rozpadu cząstki D<sup>0</sup> o energii 20 GeV wyności ok. 3 mm

$$\gamma = \frac{E}{m_D} = \frac{20}{1.86} = 10.75$$
$$l_D = \tau_0 \gamma \beta c \approx 3mm$$

### Droga rozpadu zależy od energii cząstki, parametr zderzenia nie



### Produkcja powabu : metoda parametru zderzenia

Podstawowa selekcja przypadków: przesunięty wierzchołek

- •Dwa ślady z dużym parametrem zderzenia (DCA≅100µm)
- •Zrekonstruowane  $D^0$  ( $m_{K\pi} \cong m_D$ ) trafia w pierwotny wierchołek



# Metoda parametru zderzenia



27

## Rozpady cząstek i rezonansów

Tablice PDG : <u>http://pdg.lbl.gov/</u> :

•Cząstki trwałe (dotychczas nie zaobserwowano rozpadu) :p,e, v

•Czastki rozpadające się poprzez oddziaływania

Słabe, czasy życia od ~ $10^{-8} (\pi^+)$  po  $10^{-12} (D,B)$ 

★Elektromagnetyczne ~10<sup>-17</sup> ( $\pi^0$ )

•Cząstki rozpadające się poprzez oddziaływanie silne  $\tau \sim 10^{-22} - 10^{-23} \rightarrow \text{stany}$ wzbudzone = rezonasy. Dla rezonansów zasada nieoznaczoności implikuje mierzalną nieokreśloność masy tzw. szerokość rezonansu



### Energia w układzie środka masy

Pocisk trafia w tarcze w spoczynku

Czterowektor układu : $p=p_1+p_2$ ;

$$p_t = (E_t, \vec{p}_t); \vec{p}_t = 0$$

$$p_p = (E_p, \vec{p}_p); \vec{p}_p = (0, 0, |\vec{p}_p|)$$

Masa efektywna układu jest energią układu w środku masy ponieważ z definicji pęd w układzie ś.m. = 0

Dla dużych energii





### Energia progowa

Rozpatrujemy procesy produkcji cząstek na tarczy w spoczynku: P+T $\rightarrow$ a+b+c+...Energia progowa E<sub>min</sub> jest to minimalna energia pocisku P dla której proces może zachodzić. E<sub>min</sub> jest równe energii dla której energia w środku masy układu P+T, M<sup>\*</sup>=m<sub>a</sub>+m<sub>b</sub>+...

$$E_p = \frac{M^{*2} - M_t^2 - m_p^2}{2M_t}$$

$$E_{\min} = \frac{\left(\sum_{i} m_{i}\right)^{2} - M_{t}^{2} - m_{p}^{2}}{2M_{t}}$$

Ogólna formuła na energię progową dla tarczy w spoczynku <sup>30</sup>

rudymenty fizyki cząstek

#### Ograniczenie GZK na energię pozagalaktycznych protonów

Protony w promieniowaniu kosmicznym mogą tracić energię poprzez oddziaływanie z promieniowaniem reliktowym o temperaturze 3K, w procesie

### $\gamma + p \rightarrow p + \pi$

Jaka jest minimalna energia protonu (energia progowa) dla takiego procesu ? Ograniczenie na maksymalną energię protonów pozagalaktycznych jest równe w.w energii progowej – dlaczego ?

# Ograniczenie GZK

$$\frac{p}{(E_{p} + E_{\gamma})^{2} - (p_{p} - E_{\gamma})^{2}} = (m_{p} + m_{\pi})^{2}}$$

$$E_{p,\min} \approx \frac{m_{\pi}^{2} + 2m_{p}m_{\pi}}{4E_{\gamma}}$$
k-stała Boltzmana  

$$E_{\gamma} = 3kT/2$$
k-stała Boltzmana  
k=8.6x10^{-5} [eV/K]
$$E_{\gamma} = 8.6 \times 10^{-5} \times 3/2 \times 3 = 3.87 \times 10^{-4} eV$$

$$m_{\pi}=0.14 \text{ GeV}$$

$$m_{p}=0.938 \text{ GeV}$$

$$E_{gzk} \approx \frac{0.14^{2} + 2 \times 0.938 \times 0.14}{4 \times 3.87 \times 10^{-13}} = 1.82 \times 10^{11} \text{ GeV}$$

#### Rozpad mezonu $\pi$



Transformacja do laboratorium gdzie mezon ma energię  $E_{\pi}$  i porusza się wzdłuż osi z





### Rozpad mezonu $\pi$



Długość wszystkich śladów μ taka sama →taka sama energia→rozpad dwuciałowy rudymenty fizyki cząstek 34 Rozpad mezonu  $\pi$ 

$$E_{\nu} = \gamma_{\pi} E_{\nu}^{*} \left( 1 + \beta_{\pi} \cos \theta^{*} \right)$$

Dla  $\pi^+$ o energii 200 GeV  $\gamma=E/m=200/0.140=1429 \rightarrow \beta \sim 1$ 

$$E_{\max} = \gamma E_{\nu}^{*} (1 + \beta)$$

$$E_{\min} = \gamma E_{\nu}^{*} (1 - \beta) \approx 0$$

$$tg \theta = \frac{E_{\nu}^{*} \sin \theta^{*}}{E_{\nu}} \Longrightarrow E_{\nu} = \frac{E_{\nu}^{*} \sin \theta^{*}}{tg \theta}$$

Podstawa koncepcji off-axis neutrino narrow beam: niezależnie od energii mezonu  $\pi$  dla danego kąta neutrina w laboratorium, energia jest określona

#### Rachunki kinematyczne z użyciem niezmienników

Rozpatrujemy rozpad M→m<sub>1</sub> + m<sub>2</sub>. Obliczamy energie i pędy produktów rozpadu w układzie środka masy tj. układzie spoczynkowym obiektu z masą M

$$P = (M, \vec{0}) \quad p_1 = (E_1, \vec{p_1}) \quad p_2 = (E_2, -\vec{p_1})$$
$$P = p_1 + p_2$$

Tworzymy dwa niezmienniki:

1. 
$$p_{1} \cdot p_{2} = p_{1}^{\mu} \cdot p_{2,\mu} = \frac{1}{2} \left[ (p_{1} + p_{2})^{2} - p_{1}^{2} - p_{2}^{2} \right] = \frac{1}{2} (P^{2} - p_{1}^{2} - p_{2}^{2}) = \frac{1}{2} (M^{2} - m_{1}^{2} - m_{2}^{2})$$
2. 
$$P \cdot p_{1} = ME_{1}$$

$$(p_{1} + p_{2}) \cdot p_{1} = ME_{1}$$

$$p_{1}^{2} + p_{1} \cdot p_{2} = ME_{1}$$

$$p_{1}^{2} + p_{1} \cdot p_{2} = ME_{1}$$

$$p_{1}^{2} = ME_{1} - m_{1}^{2}$$

$$p_{1}^{2} = E_{1}^{2} - m_{1}^{2}$$

### Rachunki kinematyczne z użyciem niezmienników

$$p_1^2 = E_1^2 - m_1^2$$

$$p_1^2 = \frac{M^4 + m_1^4 + m_2^4 - 2M^2 m_1^2 - 2M m_2^2 - 2m_1^2 m_2^2}{4M^2}$$

$$p_1^2 = \frac{\lambda(M^2, m_1^2, m_2^2)}{4M^2}$$

Definicja 
$$\lambda$$
 :  
 $\lambda(x,y,z) = x^2 + y^2 + z^2 - 2xy - 2yz - 2zx$ 

#### Przekrój czynny na oddziaływanie

- Przekrój czynny σ jest wielkością która charakteryzuje oddziaływanie pomiędzy tarczą i pociskiem ("tarcza" i "pocisk" pojecia tradycyjne bez zastosowania w zderzeniach przeciwbieżnych wiązek)
- Różniczkowy przekrój czynny charakteryzuje prawdopodobieństwo wystąpienia określonego stanu końcowego w oddziaływaniu np.rozproszenia pod określonym kątem
- Całkowity przekrój czynny : proporcjonalny do prawdopodobienśtwa jakiegokolwiek oddziaływania tj. scałkowany po wszystkich możliwych stanach końcowych



### Przekrój czynny na oddziaływanie



•Na powierzchni A (tarcza) rozmieszczamy  $N_{\rm T}$ elementów (np. nukleony w tarczy) każdy o efektywnej powierzchni  $\sigma$ 

•Prawdopodobieństwo że pocisk trafiający w tarczę "oddziała" tj. trafi w jeden z w.w. elementów :

$$P_{\rm int} = \frac{N_T \times \sigma}{A}$$

•Zakładamy że tarcza jest cienka – elementy nie przesłaniają się

•Elementy tarczy są rozmieszczone przypadkowo i równomiernie

#### Przekrój czynny na oddziaływanie



Uogólnienie na zmienną gęstość wiązki i  $\sigma$  zależne od parametru zderzenia jest trywialne (całkowanie po parametrze zderzenia)

rudymenty fizyki cząstek

#### Przekrój czynny

Przekrój czynny jest własnością procesu i nie zależy od układu współrzędnych w którym dokonujemy pomiaru, dlatego zapiszemy ostateczną postać wyrażenia na przekrój czynny poprzez niezmienniki relatywistyczne

$$\begin{split} \rho_{a}(lab) &= \rho_{a}(rest)\gamma = \rho_{a}(rest)\frac{E^{lab}}{m_{a}} \Rightarrow \\ \rho_{a}\rho_{b}v^{lab} &= \rho_{a}(rest)\frac{E^{lab}}{m_{a}}\dot{\rho}_{b}(rest)\frac{p^{lab}}{E^{lab}} \Rightarrow \\ \rho_{a}(rest)\dot{\rho}_{b}(rest)\frac{1}{m_{a}m_{b}} \Rightarrow \\ \rho_{a}(rest)\dot{\rho}_{b}(rest)\frac{1}{2m_{a}m_{b}}\sqrt{\lambda(s,m_{a}^{2},m_{b}^{2})} \\ p^{lab} &= \frac{1}{2m_{b}}\sqrt{\lambda(s,m_{a}^{2},m_{b}^{2})} \\ \lambda(s,m_{a}^{2},m_{b}^{2}) &= s^{2} + (m_{a}^{2})^{2} + (m_{b}^{2})^{2} - 2sm_{a}^{2} - 2sm_{b}^{2} - 2m_{a}^{2}m_{b}^{2} \end{split}$$

$$\rho_a \rho_b v_{lab} = \rho_a (spocz) \rho_b (spocz) \bullet \frac{1}{2m_a m_b} \sqrt{\lambda(s, m_a^2 m_b^2)}$$

rudymenty fizyki cząstek

# Przekrój czynny



Dla zderzaczy bardziej przejrzysta i użyteczna formuła:



f – częstość

n – ilość pęczków

N<sub>1</sub>,N<sub>2</sub> – ilośc cząstek w pęczku

A – powierzchnia przekrywania się wiązek

## Przekrój czynny – jednostki

Przekrój czyny ma wymiar powierzchni. Klasycznie – powierzchnia obiektu rozpraszającego poprzeczna do wiązki.

Jednostka używana w fizyce cząstek:

 $1 \text{ barn} \equiv 1 \ b = 10^{-28} \ m^2$ 

mili -	$1 \ mb$	=	$10^{-3} b$
mikro-	$1 \ \mu b$	=	$10^{-6} b$
nano -	$1 \ nb$	=	$10^{-9} b$
piko -	$1 \ pb$	=	$10^{-12} b$

$$1b = (10^{-14} m)^2 = (10 fm)^2 = 100 fm^2$$
$$\sigma_{nuc} \approx \pi a_N^2 \approx \pi \times fm^2 \approx 3 \times 10 mb$$

# Swietlność

Zderzacz : dwie zderzające się wiązki nieciągłe (pęczki cząstek)





 $e^+e^-$ : rekord KEK > 10<sup>34</sup>cm<sup>-2</sup>s<sup>-1</sup>, docelowo 10<sup>35</sup>

pp (Tevatron) 10<sup>32</sup> cm<sup>-2</sup>s<sup>-1</sup>

pp (LHC) docelowo 10<sup>34</sup>

ep (HERA) 7.5 10<sup>31</sup> cm<sup>-2</sup>s<sup>-1</sup>

# Swietlność scałkowana po czasie

$$\mathcal{L} = \int L dt$$

Świetlność scałkowana po czasie pracy akceleratora pozwala na oszacowanie ilości przypadków danego procesu które można będzie uzyskać w eksperymencie w danym okresie czasu. Ma wymiar odwrotności przekroju czynnego





#### Przykład : częstość procesów na Tevatronie



# Świetlność

### wietlność

#### Świetlność zależy od:

- częstości f przecięć wiązek (paczek/pulsów)
- liczby cząstek w paczce n ٠
- poprzecznych rozmiarów wiązki:  $\sigma_x, \sigma_y$

Z definicji przekroju czynnego:

 $\mathcal{L} = f \cdot \frac{n_1 n_2}{4 \pi \sigma_x \sigma_y}$ 

Problem zwłaszcza w akceleratorach liniowych: po jednym "przecięciu" wiązka jest tracona

- $\Rightarrow$  trudno uzyskać jednoczesnie duże f i duże n
- $\Rightarrow$  konieczne jest uzyskanie bardzo małych rozmiarów poprzecznych wiązek.

LEP:  

$$\sigma_x \approx 300 \ \mu m$$
  
 $\sigma_y \approx 8 \ \mu m$   $\mathcal{L} \sim 6 \cdot 10^{31} \frac{1}{cm^{2}s}$   
Proj. ILC  $\sigma_x \approx 0.5 \ \mu m$   
 $\sigma_y \approx 5 \ nm$  (!)  $\mathcal{L} \sim 3 \cdot 10^{34} \frac{1}{cm^{2}s}$   
rok "roboczy":  $1y \approx 10^7 s$   $\Rightarrow \sim 300 \ fb^{-1}y^{-1}$ 

L

# Świetlność a emitancja

Idealna trajektoria wiązki zderzacza :  $x_0(t), y_0(t), z_0(t), x'_0(t), y'_0(t)$ 

 $\begin{array}{l} \Delta x = x - x_{0} \\ \Delta y = y - y_{0} \end{array}$ Rozkłady o szerokościach  $\sigma_{x}$  i  $\sigma_{y}$  określają rozmiary (rozmycie) poprzeczne pęczka  $\begin{array}{c} \Delta z = z - z_{0} \end{array}$ Rozkład o szerokości  $\sigma_{z}$  określa długość pęczka

Rozkłady o szerokościach  $\sigma'_{x}$ i  $\sigma'_{v}$ określają rozmiary (rozmycie) kątowe pęczka

$$\varepsilon_x = \pi \sigma_x \sigma'_x; \varepsilon_y = \pi \sigma_y \sigma'_y$$

 $\Delta x' = x' - x_0'$ 

 $\Delta y' = y' - y'_0$ 

Emitancja wzdłuż osi x i y, określa jakość wiązki, zależy od własności źródła cząstek oraz (dla elektronów) od promieniowania synchrotronowego. Emitancja reprezentuje przestrzeń fazową wiązki (zachowywaną tw. Liouvilla)

 $\beta = \frac{\partial}{\partial r}$ Funkcja amplitudy

$$L = f \frac{N_1 N_2}{4 \sqrt{\varepsilon_x \beta_x^* \varepsilon_y \beta_y^*}}$$

rudymenty fizyki cząstek



Aby uzyskać duża świetlność należy:

•Zmaksymalizować ilość cząstek w pęczku (ograniczenie : oddziaływanie beam-beam)

•Zmaksymalizować ilość pęczków (ograniczenie : czas pomiędzy zderzeniami nie może być zbyt krótki – tryger i czasowa zdolność rozdzielcza detektorów)

•Uzyskać jak najmniejszą emitancję (konstrukcja źródła i akceleratora)

Uzyskać jak najmniejsze β w obszarze zderzenia (kosztem dużej rozbieżności wiązki).
 Czasem potrzebna jest mała rozbieżność wiązki (przykład : detektor ALFA w eksperymencie ATLAS – specjalne naświtlania z dużym β)

## 

# **TOTEM** Physics Scenarios

	Proton $\beta^*$ (m)		rapidity gap L(cm <sup>-2</sup> s <sup>-1</sup> )		inelastic activity TOTEM & CMS	jet TOTEM & CMS	γ <b>,e,</b> μ,τ Λ, Δ <sup>++</sup> , τοτεμ & cms	
elastic scattering	1540 18		10 <sup>28</sup> -10 <sup>32</sup>		beam halo			
total cross section	≤1540		10 <sup>28</sup> -10 <sup>33</sup>		acceptance			
soft diffraction	1540 200-400		10 <sup>29</sup> -10 <sup>31</sup>		gap survival	mini-jets?	Λ, <b>Κ</b> ±, ,	
hard diffraction	200-400 0.5		10 <sup>31</sup> -10 <sup>33</sup>		jet acceptance	central & fwd	W, Ζ, J/ψ,	
DPE Higgs, SUSY,	200-400 • 0.5		10 <sup>31</sup> -10 <sup>33</sup>		di-jet backgr	central pair	b-tag, γ, J/ψ,	
low-x physics	200-400 0.5		10 <sup>31</sup> -10 <sup>33</sup>		mini-jets resolved?	central & fwd jets	di-leptons jet-y,	
exotics (DCC,)	0.5		10 <sup>31</sup> -10 <sup>33</sup>		π <sup>±</sup> vs. π° multiplicity	jet anomalies?	leptons γ□s,?	
R.Orava		r		zyk				51

### Akceleratory badawcze dla fizyki cząstek na świecie

LEP	e <sup>+</sup> e <sup>-</sup>	1989-2000	<105 GeV	SM, Higgs		
SLC	e <sup>+</sup> e <sup>-</sup>	1989-1998	100 GeV	SM,Higgs		
HERA ep		1992-2007	27+920 GeV	Substruktura kwaku, PDF		
SPS pp		1981-1990	<315 GeV	Nowe cząstki		
TEVATRON p anty-p		1987-2010	~2 TeV	SM, Higgs		
RHIC	Au-Au	2000-2010	100 GeV/n	Plazma kwarkowo- gluonowa		
LHC	рр	2009	14 TeV	Higgs, supersymetria, BSM		
ILC	e+e-	2015	250-500 GeV	BSM, własności Higgsa		
eLHC	ер	2015(?)	67.3 GeV + 7 TeV	QCD przy małych wartościach x, BSM		
CLIC	e+e-	2020(?)	1.5 - 2.5 TeV	to zależy od LHC, ILC		
KEK-B	e <sup>+</sup> e <sup>-</sup>	1999	8+3.5 GeV	Łamanie CP, rzadkie rozpady BSM		

#### Akceleratory

Ograniczenia

Aby uzyskiwać coraz wyższe energie zderzających się wiązek musimy budować coraz większe i większe akceleratory...

Dlaczego !?

Co ogranicza energie uzyskiwane w akceleratorach ?

W przypadku kołowych akceleratorów protonów  $\Rightarrow$  **pole magnetyczne** 

Pole magnetyczne musi rosnąć wraz ze wzrostem energii wiązki, aby utrzymywać cząstki wewnątrz rury akceleratora. W praktyce nie jesteśmy w stanie wytworzyć pól silniejszych niż  $B_{max} \sim 8$  T. Ogranicza to dostępne energie do

```
E_{max} \approx e R \cdot B_{max} \cdot c
```

Jeśli przekroczymy  $E_{max}$  cząstki 'uciekną' z akceleratora.

W przypadku protonów akcelerator liniowy musialby być wielokrotnie większy niż akcelerator kołowy...

# Akceleratory

#### Ograniczenia

```
W przypadku akceleratorów kołowych e^{\pm}: \Rightarrow pole przyspieszające
```

Elektrony krążące po orbicie tracą energie na promieniowanie hamowania. Średnia energia tracona na jeden obieg:

 $\Delta^- E \sim E^4/R$  (!)

Energia którą możemy dostarczyć jest proporcjonalna do obwodu akceleratora i średniego pola  ${\cal E}$ 

 $\Delta^+ E \sim 2\pi R \langle \mathcal{E} \rangle$ 

 $\Rightarrow$  maksymalna dostępna energia

$$E_{max} \sim \sqrt{R}$$

LEP (obwód 27 km) był prawdopodobnie ostatnim akceleratorem kołowym  $e^+e^-$ . Dalej bardziej opłacalne są akceleratory liniowe:  $E_{max} \sim L \langle \mathcal{E} \rangle$ 



Przekrój czynny, przestrzeń fazowa, amplituda przejścia

$$a + b \rightarrow 1 + 2 + \dots + N$$
$$R = \sigma \times L$$
$$\sigma = \frac{1}{2\lambda} |T_{if}|^2 d\phi_N$$

PrzestrzeńElementPrzestrzeństanówmacierzowystanówpoczątkowychprzejściakońcowych

rudymenty fizyki cząstek

## Przekrój czynny, przestrzeń fazowa, amplituda przejścia

- i> stan początkowy (zderzające się cząstki lub cząstka rozpadająca)
- $|f\rangle$  stan końcowy : n cząstek o czteropędach  $P_1, P_2, \dots, P_n$

 $T_{if}$ : amplituda przejścia ze stanu  $|i\!\!>$  do stanu  $|f\!\!>$ 

$$d\sigma_{if} = \frac{1}{2\lambda(s, m_a^2, m_a^2)} dLips(s; P_1, ...P_n) |T_{if}|^2 \quad s = (p_a + p_b)^2 \quad \text{Przekrój czynny}$$

$$\Gamma_{if} = \frac{1}{2m} \int dLips(m^2; P_1, ...P_n) |T_{if}|^2 \quad \text{Szerokość rozpadu} \sim 1/\tau \text{ (odwrotność czasu życia)}$$

$$\sigma_{if} = \frac{1}{2\lambda(s, m_a^2, m_a^2)} \int dLips(s; P_1, \dots, P_n) \left| T_{if} \right|^2$$

Całkowity przekrój czynny w kanale i→ (scałkowany po przestrzeni fazowej kanału |f>

D/. .

$$\sigma_{tot} = \sum_{f} \sigma_{if} = \sum_{f} \frac{1}{2\lambda(s, m_a^2, m_a^2)} \int dLips(s; P_1, .., P_n) |T_{if}|^2 \qquad \begin{array}{c} \text{całkowity} \\ \text{przekrój czynny} \\ \text{na zderzenie} |i\rangle \end{array}$$

#### Przestrzeń fazowa

- •Przestrzeń fazowa : przestrzeń możliwych stanów układu
- •Fizyka klasyczna: Przestrzeń fazowa dla N ciał Q to zbiór wszystkich  $(x_i, y_i, z_i, v_{xi}, v_{yi}, v_{zi})$  i=1...N
- •Element przestrzenie f.,  $dQ=\Pi dx_i dy_i dz_i dv_{xi} dv_{yi} dv_{zi}$
- •Fizyka kwantowa : albo prędkości (pędy) albo położenia Q:  $p_{xi}$ ,  $p_{yi}$ ,  $p_{zi}$  i=1...N
- •dQ=Πdp<sub>xi</sub>dp<sub>yi</sub>dp<sub>zi</sub> (nierelatywistyczna przestrzeń fazowa, bez uwzględnienia normalizacji stanów kwantowych)

Poprawne wyrażenie na przestrzeń fazową w mechanice kwantowej musi uwzględniać gęstość stanów kwantowych wynikająca z warunków kwantowania



$$Lp_x = 2\pi n_x \longrightarrow \frac{n_x}{L} = \frac{p_x}{2\pi}$$

Liczba stanów kwantowych odpowiadających pędowi p<sub>x</sub> na jednostkę długości

Liczba stanów kwantowych zawartych w przedziale pędów pomiedzy **p** i **p**+d<sup>3</sup>**p**. Przestrzeń stanów jest ciągła w granicy  $L \rightarrow \infty$ rudymenty fizyki cząstek

#### Przestrzeń fazowa

Relatywistyczna przestrzeń fazowa: uwzględniamy skrócenie Lorentza jakiemu ulega "pudełko do kwantowania". Lorentzowsko niezmiennicza przestrzeń fazowa : liczymy ilość stanów w ich układzie spoczynkowym  $\rightarrow$  transormacja odpowiadająca pędowi  $\mathbf{p} \rightarrow$  skrócenie "pudełka" o  $1/\gamma=m/E$ 

$$dLips(P) = \frac{d^{3}\vec{p}}{(2\pi)^{3}E}$$

Element lorentzowsko niezmienniczej przestrzeni fazowej dla jednej cząstki opisanej czterowektorem P=(E,**p**)

Powyższa konwencja dla prezstrzeni fazowej odpowiada normalizacji stanów:

$$\left\langle p \left| p' \right\rangle = (2\pi)^3 2E\delta(\vec{p} - \vec{p'})$$
  
 $\int \left\langle p \left| p' \right\rangle dLips(P) = 1$ 

$$dLips(P_1, P_2, P_3, \dots, P_n) = (2\pi)^{-3n} \prod_{\substack{i=1\\ \text{rudymenty fizyki cząstek}}}^n \frac{d^3 \overrightarrow{p_i}}{2E_i}$$

Element l.n. przestrzeni fazowej dla n ciał

#### Przestrzeń fazowa

W praktycznych zagadnieniach fizyki cząstek mamy do czynienia z sytuacjami w których całkowity czteropęd układu cząstek jest określony i zachowany tj.  $P_1$ +..., $P_n$ =P. Odpowiada temu ograniczona Lips:

$$dLips(P, P_1...P_n) = (2\pi)^4 \delta^4 \left( P - \sum P_i \right) dLips(P_1,...P_n)$$
  
$$\delta^4 \left( P - \sum P_i \right) = \delta \left( E - \sum E_i \right) \delta^3 \left( \overrightarrow{p} - \sum \overrightarrow{p_i} \right)$$

Obecność delty Diraca bardzo komplikuje wylicznie Lips, ale w przypadku niewielkiej ilości cząstek (2-4) jest to możliwe metodami analitycznymi. Całkowanie po przestrzeni wielociałowej wykonuje się metodą Monte Carlo

Wymiar ograniczonej Lips : 3n-4

Dla n=2 wymiar przestrzeni fazowej (= ilość stopni swobody) =2

W układzie środka masy : pęd jest określony, pozostaje kat polarny i azymutalny jednego wektora (drugi jest równy i przeciwnie skierowany)

$$dLips(P; P_1, P_2) = \frac{q^* d\Omega}{16\pi \tau_{\text{udymenty fizyki cząstek}}^*} \quad \text{W granicy } E^* = M \rightarrow m_1 + m_2 \text{ dLips} \rightarrow 0$$
60

$$d\Phi = \left(\Pi_{f} \frac{d^{3}p_{f}}{2E_{f}(2\pi)^{3}}\right) (2\pi)^{4} \delta^{(4)}(p_{A} - \sum_{f} p_{f})$$

$$dLips\left(P; P_{1}, P_{2}\right) = \left(2\pi\right)^{-2} \frac{d^{3} \vec{p_{1}}}{2E_{1}} \frac{d^{3} \vec{p_{2}}}{2E_{2}} \delta^{4}(P - P_{1} - P_{2})$$

$$cms: \vec{p_{1}}^{*} + \vec{p_{2}}^{*} = 0;$$

$$\delta^{4}(P - P_{1} - P_{2}) = \delta(P_{0} - E_{1} - E_{2})\delta^{3}(\vec{p_{1}}^{*} + \vec{p_{2}}^{*})$$

$$d^{3} \vec{p_{2}}^{*} \delta^{3}(\vec{p_{1}}^{*} + \vec{p_{2}}^{*}) = 1$$

$$d^{3} \vec{p_{1}}^{*} = p_{1}^{*2}dp_{1}^{*}d\Omega = p_{1}^{*2}dp_{1}^{*}d\cos\theta d\phi$$

$$E = E_{1}^{*} + E_{2}^{*} = \sqrt{m_{1}^{2} + p_{1}^{*2}} + \sqrt{m_{2}^{2} + p_{1}^{*2}}$$

$$dE = \left(\frac{p^{*}}{E_{1}} + \frac{p^{*}}{E_{2}}\right)dp^{*} = \frac{p^{*}E}{E_{1}E_{2}}dp^{*}$$

$$dLips\left(P; P_{1}, P_{2}\right) = \frac{p^{*}d\Omega dE^{*}}{(2\pi)^{2}4E}\delta\left(M - E^{*}\right) = \frac{p^{*}d\Omega}{16\pi^{2}E}$$

rudymenty fizyki cząstek

Przestrzeń fazowa trójciałowa: gęstość stanów na diagramie Dalitza

$$dLips(s; P_1, P_2, P_3) = (2\pi)^{-5} \frac{1}{8} d\Omega' dE_1 dE_2$$
  

$$s = s_{123} = (P_1 + P_2 + P_3)^2 = s_{12} + s_{13} + s_{23} - m_1^2 - m_2^2 - m_3^2$$
  

$$s_{12} = (P_1 + P_2)^2 = (P - P_3)^2 = s + m_3^2 - 2E_3 s^{\frac{1}{2}}$$
  

$$s_{13} = (P_1 + P_3)^2 = (P - P_2)^2 = s + m_2^2 - 2E_2 s^{\frac{1}{2}}$$
  

$$s_{23} = (P_2 + P_3)^2 = (P - P_1)^2 = s + m_1^2 - 2E_1 s^{\frac{1}{2}}$$
  

$$dE_1 dE_2 \rightarrow ds_{12} ds_{23}$$

Element 3-ciałowej przestrzeni fazowej opisuje kąt przestrzenny (orientacja układu 3 ciał w przestrzeni) i dwie energie w układzie środka masy lub równoważnie dwie masy niezmiennicze cząstek 1 i 2 oraz 1 i 3. Orientacja przestrzenna jest nieistotna (można po niej wycałkować). Diagram Dalitza to gęstość punktów na płaszczyśnie z osiami  $m_{12}$  i  $m_{23...}$ . Na tej płaszczyźnie przestrzeń fazowa daje stałą gęstość  $\rightarrow$ róznice gęstości są wynikiem dynamiki rozpadu rudymenty fizyki cząstek 62

•Diagram Dalitza jest reprezentacją 3ciałowego rozpadu X→a+b+c

•Osie diagramu : masy niezmienicze par cząstek np.  $m_{ab}$  i  $m_{bc}$ 

•Każdy zaobserwowany przypadek rozpadu jest punktem na diagramie

•Gdyby rozpad był dyktowany wyłacznie przez dostępną przestrzeń fazową tj. element macierzowy |M|<sup>2</sup>=const. Rozkład punktów byłby równomierny

•Z rozkładu gęstości na diagramie D. możemy wnioskować o spinie/parzystości cząstek a także o stukturze rezonansowej rozpadu (rezonansy pośrednie)

rudymenty



FIG. 2. Regions of the  $3\pi$  Dalitz plot where the density must vanish because of symmetry requirements are shown in black. The vanishing is of higher order (stronger) where black lines and dots overlap. In each isospin and parity state, the pattern for a spin of J+ even integer is identical to the pattern for spin J, provided  $J \ge 2$ . (Exception: vanishing at the center is not required for  $J \ge 4$ .)

$$p\bar{p} \rightarrow 3\pi^0$$

•Proces anihilacji

•Gęstość punktów prezentowana jest w skali kolorów : czerwony odpowiada maksymalnej gęstości

•Interpretacja diagramu ma charakter statystyczny: dla danego przypadku można określić jedynie prawdopodobieństwo działu danego rezonasu.

•Charakterystyczne są symetria (trzy identyczne cząstki) i interferencja



Proces  $2 \rightarrow 3$  np.  $a+b \rightarrow c+d+e$  może zachodzić kwazi-dwuciałowo tj.  $a+b \rightarrow (cd)+e$  lub (ce)+d lub (de)+c.





## Inkluzywny przekrój czynny

$$\frac{dLips(s; P_1 \dots P_n) = dLips(s; a, b, c \dots A, B, C \dots)}{\frac{d\sigma}{dadbdc \dots}} = \frac{1}{2\lambda(s, m_a^2 m_b^2)} \int_{A, B, C} dLips(s; a, b, c \dots A, B, C \dots) \left| T_{if} \right|^2 dAdB \dots$$

Inkluzywny przekrój czynny, tj. przekrój czynny scałkowany po części przestrzeni fazowej (należącej do części stanu końcowego)

Przykład: rozpraszanie głęboko nieelastczne  $e+p \rightarrow e+X$ 



Sumujemy po wszystkich możliwych stanach X i całkujemy po przestrzeni fazowej tych stanów, mierzymy przekrój czynny jako funkcję stanów końowych elektronu np.. Energii i kąta rozproszonego elektronu