Rudymenty fizyki cząstek

- Wprowadzenie do szczególnej teorii względności
- Czterowektory
- Masa efektywna układu cząstek
- Jednostki tzw. Naturalne
- Pospieszność
- Czas własny, rozpady cząstek
- Przykłady rachunków kinematycznych:

Energia i pęd w układzie środka masy

*Energia progowa, ograniczenie GZK

♦Rozpad mezonu π

Rachunki z użyciem niezmienników kinematycznych

- Przekrój czynny, strumień, świetlność
- Przestrzń fazowa, obliczanie przekrojów czynnych (złota reguła Fermiego

Eksperymentalne badania cząstek elementarnych: duże energie pocisków $\rightarrow v \approx c$.

Elektron 30 GeV (SLAC), $m_e \approx 0.5 \text{ MeV} \rightarrow v/c \approx 1-10^{-10}$

Muon o energii 1 GeV i masie m_u \approx 100 MeV \rightarrow v/c \approx 1-0.005

 Większośc cząstek z którymi mamy do czyniania w eksperymentach fizyki wysokiej energii jest relatywistyczna tj. porusza się z predkościami porównywalnymi z prędkością światła

Kinematyka : relacje pomiędzy prędkościami, kątami, pędami , energiami etc. W róznych inercjalnych układach współrzędnych a także relacje wynikające z zasad zachowania energii i pędu. Kienematyka nierelatywistyczna: czas jest uniwesalną zmienną taką samą dla wszystkich układów odniesienia.

Kinematyka relatywistyczna: pojecie równoczesności jest relatywne \rightarrow czas nie jest uniwersalny \rightarrow rolę punktu w przestrzeni (x,y,z) przejmuje punkt w czaso-przestrzeni (ct,x,y,z)

Transformacja Galileusza : $(x,y,z) \rightarrow (x'(x,y,z,v,t),y'(...),z'(...); t=t'$

Transformacja Einsteina: $(ct,x,y,z) \rightarrow (ct'(x,y,z,v,t),x'(...),y'(...),z'(...)); t \neq t'$

Transformacja wzdłuż osi z z prędkością u :

$$x' = x, y' = y,$$

$$z' = \gamma(z - ut)$$

$$t' = \gamma(t - \beta z / c)$$

$$z \text{ i t mieszają się !}$$

- γ : czynnik Lorentza (Lorentz boost)
- β : predkośc względna (w stosunku do prędkości światła w próżni)

$$\beta = u/c$$
 $\gamma = \frac{1}{\sqrt{1-\beta^2}}$

Kinematyka relatywistyczna – wprowadzenie (3)

Transformacja wzdłuż dowolnego kierunku u z prędkością β i czynnikiem lorentza γ : $\vec{(r,t)} \Rightarrow \vec{(r',t')}$



•Transformacje Lorentza tworzą grupę

•Grupa Lorentza jest pojecięm nieco ogolniejszym: zawiera czyste transformacje Lorentza (Lorentz boost) i obroty tworzące podgrupę (obrotów) Kinematyka relatywistyczna – wprowadzenie (4)

Relacje pomiędzy energią, pędem i masą cząstki

Klasyczna definicja pędu m=mv nie może zostać utrzymana ze względu na

Zasadę Zachowania Pędu→uogólniona (relatywistyczna) definicja:

$$\vec{p} = m \gamma \vec{v}$$

gdzie m jest masą spoczynkową czastki .

Alternatywny zapis :

$$\vec{p} = m_{rel} \vec{v}$$

Gdzie m_{rel}=γm→stary przesąd, że "masa zależy od predkości"

Relatywistczna definicja energii

$$E = mc^2 \gamma$$

Energia kinetyczna:

$$K = (\gamma - 1)mc^2$$

$$E^2 = (mc^2)^2 + (pc)^2$$

rudymenty fizyki cząstek

Kinematyka relatywistyczna – wprowadzenie (5)

$$\gamma = \frac{1}{\sqrt{1 - \beta^2}} \qquad \therefore \qquad \gamma^2 \left(1 - \beta^2\right) = 1$$

or $\gamma^2 = 1 + \gamma^2 \beta^2 \qquad \qquad \text{Mnożymy przez m}^2 c^4$
$$\gamma^2 m^2 c^4 = m^2 c^4 + \gamma^2 \beta^2 m^2 c^4$$
$$E^2 = (mc^2)^2 + (pc)^2$$

$$E = \gamma mc^2$$
, $p = \gamma \beta mc$ or $\gamma = \frac{E}{mc^2}$ and $\beta = \frac{p}{\gamma mc^2} = \frac{pc}{E}$

m może być = 0 ale wtedy E=pc≠0; relatywistycznie E zawsze ≠0 dla cząstek rzeczywistych (nie-wirtualnych)

Kinematyka relatywistyczna- granica nierelatywistyczna

Granica nierelatywistyczna : p<<m

$$E = \left\{ (mc^2)^2 + (pc)^2 \right\}^{1/2} = mc^2 \left(1 + \frac{p^2}{m^2 c^2} \right)^{1/2}$$
$$= mc^2 (1 + p^2 / 2m^2 c^2 +)$$
$$= mc^2 + p^2 / 2m$$
W granicy $\gamma \rightarrow 1$ nierelatywistyczna
jest trochę nieoczekiwanym wnioskiem
ze szegolnej teorii względności, który
nabiera włąściwego sensu w
relatywistycznej teorii pola gdzie
energia może zamieniać się w cząstki

Czterowektory (1)

•Wektor: obiekt matematyczny o własnościach które określa tzw. algebra wektorów, ma określone własności względem grupy obrotów, translacji, odbić etc. etc.

•Cztero-wektor (4-wektor): obiekt matematyczny którego własności transformacyjne określa grupa Lorentza. Punkt przestrzenno-czasowy jest czterowektorem (z definicji)

$$(ct, \vec{r}) \rightarrow (ct', \vec{r'})$$

Transformacja Lorentza

•4-wektor nie jest wektorem w przestrzeni 4-wymiarowej, iloczyn skalarny jest zdefiniowany inaczej:

$$a.b = a_0b_0 - a_xb_x - a_yb_y - a_zb_z = a_0b_0 - \vec{a} \cdot \vec{b}$$

Lorentzowski iloczyn skalarny
Niezmiennik tr. Lorentza
rudymenty fizyki c
Niezmiennik grupy obrotów

Czterowektory (2)

Obiekt p = (E/c, p) jest czterowektorem tzn. transformuje się tak jak x = (ct, x)

$$p.p = E^2 / c^2 - (\vec{p})^2 = m^2$$

p.p jest niezmiennikiem Lorenztowskim→ masa spoczynkowa cząstki jest niezmiennikiem

<u>Niezmiennik Lorentza</u> : skalar względem transformacji L., w dwóch róznych układach dostajemy tą samą liczbę

<u>Wielkość zachowywana</u>: w danym układzie dostajemy tą samą liczbę w róznych momentach czasu

Czterowektory można dodawać

$$\sum_{i} p_{i} = \left(\sum_{i} E_{i} / c, \sum_{i} \overrightarrow{p_{i}} \right)$$

Masa efektywna M_{eff} układu cząstek z czteropędami p_i

$$M_{eff} = \sqrt{\left(\sum_{i} p_{i}\right)^{2}}$$

ma sens fizyczny masy spoczynkowej cząstki która rozpadła się na układ cząstek z czteropędami p_i co wynika z zasady zachowania energii-pędu czyli czteropędu. **Masa efektywna układu cząstek nie jest sumą mas spoczynkowych cząstek !** (relatywistczny efekt zamiany masy w energię)

Większość cząstek obserwowanych w fizyce wysokich energii żyje tak krótko, że o ich istnieniu i własnościach wnioskujemy z obserwacji produktów rozpadu

Masa efektywna układu cząstek

Brookhaven $p + Be \rightarrow J (\rightarrow e^+ + e^-) + X$



Masa efektywna układu cząstek



Fig. 4.11. The first Ω^- event (Barnes *et al.* 1964), courtesy Brookhaven National Laboratory). It depicts the following chain of events:

4-wektory przestrzenne i czasowe



<u>ds²=0</u> odpowiada zadrzeniom położonym na stożku świetlnym, są to zdarzenia <u>światłopodobne (lightlike)</u>, komunikacja przy użyciu sygnałów v=c

4-wektory przestrzenne i czasowe

Cząstki rzeczywiste mają dodatnią mase spoczynkową $p^2=m^2>0$ poruszają się z prędkością < c, mogą służyć do komunikacji pomiędzy zdarzeniami z interwałem czasowym, mają <u>czterowektory czasopodobne</u>

Cząstki wirtualne z ujemną masą spoczynkową <u>p²=m²<0</u> pośredniczą pomiędzy zdarzeniami z interwałem przestrzennym, mają <u>czterowektory</u> <u>przestrzennopodobne</u>



 $q = (E_q, p_q)$

 p_1

Wektor transferu czteropędu jest przestrzennopodobny: $Q^2 = (p_1 - p_2)^2 < 0$

rudymenty fizyki cząstel

Dygresja: jednostki naturalne

- SI: [M] kg [L] m [T] s
- •Nieprzydatny (niewygodny) dla fizyki cząstek: M_{proton}=10⁻²⁷ kg

•Dla fizyki cząstek używamy układu jednostek z inną bazą opartą wielkościach charakterystycznych dla mechaniki kwantowej i teorii względności:

- •Jednostka akcji kwantowo-mechanicznej \hbar (Js)
- •Prędkość światła c (ms⁻¹⁾
- jednostka energii GeV= $10^9 \text{ eV} = 1.6 \text{x} 10^{-10} \text{ J}$



Dygresja: jednostki naturalne (2)

Energia GeV		Czas (GeV/ \hbar) ⁻¹
Pęd	GeV/c	długość (GeV/ ħ)-1
Masa	GeV/c ²	powierzchnia (GeV/ħ) ⁻²

W naturalnym układzie jednostek możemy uprościć zapis formuł wybierając $\hbar = c = 1$

```
Wtedy : E^2=p^2 + m^2; v=\beta; ....
```

```
[Energia]=[pęd]=[masa] = GeV
```

```
[Czas]=[długość]=GeV<sup>-1</sup>
```

Przejscie do SI poprzez ponowne wprowadzenie "brakujących" \hbar i c

Dygresja: jednostki naturalne (3)

Przykład: Pole = 1 GeV⁻²

$$[L]^{2} = [E]^{-2} [\hbar]^{n} [c]^{m}$$
 n? m?
$$[L]^{2} = [E]^{-2} [\underline{E}]^{n} [T]^{n} [\underline{L}]^{m} [T]^{-m}$$
$$[\hbar^{n}] \qquad [c^{m}]$$

→n=2; m=2 Pole ([SI])=1 GeV⁻² $\hbar^2 c^2$ =3.8x10⁻³² m² =0.38mb

Parę liczb do pamiętania

 $1 \text{ MeV} = 10^{6} \text{ eV}, 1 \text{ GeV} = 10^{9} \text{ eV}, 1 \text{ TeV} = 10^{12} \text{ eV}$ $1 \text{ eV} = 1.6 \times 10^{-19} \text{ J}$ 1 TeV = 1000 GeV, 1 GeV = 1000 MeV $\hbar c = 1.05 \times 10^{-34} \text{ Js} \times 3 \times 10^{8} \text{ ms}^{-1} \text{ (SI units)}$ $\hbar c = 197 \text{ MeV fm}$ $\Delta E \Delta t = \hbar \rightarrow [Energia][czas]$ $[\hbar c] = [Energia][czas][pręrędko] = [Energia][dłługoś]$

$$\hbar = c = k_B = 1$$

- Energy: $1 \text{ GeV} = 1.6 \cdot 10^{-3} \text{ erg};$

- Temperature: $1 \text{ GeV} = 1.2 \cdot 10^{13} \text{ K}$, $1 \text{ K} = 0.8 \cdot 10^{-13} \text{ GeV}$;

- Mass: 1 GeV =
$$1.8 \cdot 10^{-24}$$
 grams;

- Length: 1 GeV⁻¹ = $2 \cdot 10^{-14}$ cm , 1 cm = $5 \cdot 10^{13}$ GeV⁻¹;
- Time: $1 \text{ GeV}^{-1} = 6.6 \cdot 10^{-25} \text{ s}$, $1 \text{ s} = 1.5 \cdot 10^{24} \text{ GeV}^{-1}$;

To i owo do zapamiętania



1 fm to typowy rozmiar hadronu, zaobserwowanie kwarkow wymagało wiekszy przekazów pędu (SLAC ΔE≈1...2 GeV)

$$\Delta E = 100 GeV \Rightarrow \Delta x = 2 \times 10^{-3} fm$$

 \uparrow
Przekazy energii uzyskiwane na HERA, aktualnie najlepsze zdolność rodzielcza

rudymenty fizyki cząstek

Pospieszność

$$p^{\mu} \equiv (E, \vec{p}_{T}, p_{z}) \qquad y \equiv \frac{1}{2} \ln \left(\frac{E + p_{z}}{E - p_{z}} \right)$$

$$E = \sqrt{m^{2} + p_{T}^{2}} \cosh y \equiv m_{T} \cosh y,$$

$$p_{z} = \sqrt{m^{2} + p_{T}^{2}} \sinh y \equiv m_{T} \sinh y.$$

$$\eta = \frac{1}{2} \ln \left(\frac{1 + \cos \theta}{1 - \cos \theta} \right) = \ln \cot \frac{\theta}{2},$$

$$\tan \theta = \frac{p_{T}}{p_{z}}.$$

$$y \approx \eta - \frac{m^{2}}{2 |\vec{p}|^{2}} \frac{\cos \theta}{\sin^{2} \theta} \qquad y \xrightarrow{p \gg m} \eta.$$

$$\theta \to 0 : \eta \to \infty,$$

$$\theta \to \pi : \eta \to -\infty,$$

$$20$$

Pospieszność (2)

Pospieszność jest addytywna dla transformacji Lorentza wzdłuż tego samego kierunku tzn. jeżeli układzie Σ obiekt ma pospieszność η i Σ porusza się względem Σ ' z pospiesznością **a** to w Σ ' η '= η +**a**



Rozkłady w funkcji pospieszności (pseudopospieszności) po transformacji do innego układu nie zmieniają kształtu, jedynie "przesuwają" się (translacja)

Czterowektory: transformacje

$$p = \left(\vec{E}, \vec{p}\right)$$

$$E' = \gamma (E - \beta p_{=})$$

$$p_{=}' = \gamma (p_{=} - \beta E)$$

$$p_{\perp}' = p_{\perp}$$

$$\vec{p} = m\gamma \vec{v}$$

$$\vec{v} = \frac{\vec{p}}{E}$$

$$x' = \gamma(x - \beta t)$$

$$t' = \gamma(t - \beta x)$$

$$t_{2}'-t_{1}' = \gamma((t_{1} - t_{2}) - \beta(x_{1} - x_{2}))$$

Czas w układzie obserwatora
Czas w układzie spoczynkowym

Zdarzenia 1 i 2 w tym samym punkcie w przestrzeni i róznych czasach tj $\Delta x=0 \rightarrow$ układ spoczynkowy po prawej

$$\Delta t' = \gamma \Delta t \longleftarrow$$

Relatywistyczne wydłużenie czasu o kluczowych konsekwencjach w fizyce cząstek

rudymenty nzyki cząsiek

Czas własny

-mierzony w układzie własnym (RF) cząstki -w tym układzie (jako jedynym wyróżnionym) podawany jest czas życia

Jaki jest czas życia w dowolnym układzie (LAB w szczególności)?

LAB:
$$\longrightarrow \Delta s^2 = c^2 \Delta t^2 - \Delta x^2 - \Delta y^2 - \Delta z^2$$

Ukł. $\longrightarrow \Delta s^2 = c^2 \tau^2$

spoczynkowy

$$\tau = \frac{\sqrt{\Delta s^2}}{c} = \Delta t \sqrt{1 - \frac{\Delta x^2 - \Delta y^2 - \Delta z^2}{c^2 \Delta t^2}} = \Delta t \sqrt{1 - \beta^2} = \frac{\Delta t}{\gamma}$$

Cząstka "żyje" w LAB o γ i.e. Czynnik Lorentza dłużej

Rozpad mionów kosmicznych



Rozpady cząstek powabnych, parametr zderzenia

Typowy czas życia cząstek powabnych np. D⁰ jest $\tau \cong 10^{-13}$ co odpowiada drodze rozpadu c $\tau \cong 300 \ \mu m$. Rzeczywista droga rozpadu cząstki D⁰ o energii 20 GeV wyności ok. 3 mm

$$\gamma = \frac{E}{m_D} = \frac{20}{1.86} = 10.75$$
$$l_D = \tau_0 \gamma \beta c \approx 3mm$$

Droga rozpadu zależy od energii cząstki, parametr zderzenia nie



Produkcja powabu : metoda parametru zderzenia

Podstawowa selekcja przypadków: przesunięty wierzchołek

- •Dwa ślady z dużym padametrem zderzenia (DCA≅100µm)
- •Zrekonstruowane D^0 ($m_{K\pi} \cong m_D$) trafia w pierwotny wierchołek



Metoda parametru zderzenia



27

Rozpady cząstek i rezonansów

Tablice PDG : <u>http://pdg.lbl.gov/</u> :

•Cząstki trwałe (dotychczas nie zaobserwowano rozpadu) :p,e, v

•Czastki rozpadające się poprzez oddziaływania

Słabe, czasy życia od ~ $10^{-8} (\pi^+)$ po $10^{-12} (D,B)$

★Elektromagnetyczne ~10⁻¹⁷ (π^0)

•Cząstki rozpadające się poprzez oddziaływanie silne $\tau \sim 10^{-22} - 10^{-23} \rightarrow \text{stany}$ wzbudzone = rezonasy. Dla rezonansów zasada nieoznaczoności implikuje mierzalną nieokreśloność masy tzw. szerokość rezonansu



Energia w układzie środka masy

Pocisk trafia w tarcze w spoczynku

Czterowektor układu : $p=p_1+p_{2}$;

$$p_t = (E_t, \vec{p}_t); \vec{p}_t = 0$$

$$p_p = (E_p, \vec{p}_p); \vec{p}_p = (0, 0, |\vec{p}_p|)$$

Masa efektywna układu jest energią układu w środku masy ponieważ z definicji pęd w układzie ś.m. = 0

Dla dużych energii





29

Energia progowa

Rozpatrujemy procesy produkcji cząstek na tarczy w spoczynku: P+T \rightarrow a+b+c+...Energia progowa E_{min} jest to minimalna energia pocisku P dla której proces może zachodzić. E_{min} jest równe energii dla której energia w środku masy układu P+T, M^{*}=m_a+m_b+...

$$E_p = \frac{M^{*2} - M_t^2 - m_p^2}{2M_t}$$

$$E_{\min} = \frac{\left(\sum_{i} m_{i}\right)^{2} - M_{t}^{2} - m_{p}^{2}}{2M_{t}}$$

Ogólna formuła na energię progową dla tarczy w spoczynku ³⁰

rudymenty fizyki cząstek

Ograniczenie GZK na energię pozagalaktycznych protonów

Protony w promieniowaniu kosmicznym mogą tracić energię poprzez oddziaływanie z promieniowaniem reliktowym o temperaturze 3K, w procesie

$\gamma + p \rightarrow p + \pi$

Jaka jest minimalna energia protonu (energia progowa) dla takiego procesu ? Ograniczenie na maksymalną energię protonów pozagalaktycznych jest równe w.w energii progowej – dlaczego ?

Ograniczenie GZK

$$\frac{p}{(E_{p} + E_{\gamma})^{2} - (p_{p} - E_{\gamma})^{2}} = (m_{p} + m_{\pi})^{2}}$$

$$E_{p,\min} \approx \frac{m_{\pi}^{2} + 2m_{p}m_{\pi}}{4E_{\gamma}}$$
k-stała Boltzmana

$$E_{\gamma} = 3kT/2$$
k-stała Boltzmana
k=8.6x10^{-5} [eV/K]
$$E_{\gamma} = 8.6 \times 10^{-5} \times 3/2 \times 3 = 3.87 \times 10^{-4} eV$$

$$m_{\pi}=0.14 \text{ GeV}$$

$$m_{p}=0.938 \text{ GeV}$$

$$E_{gzk} \approx \frac{0.14^{2} + 2 \times 0.938 \times 0.14}{4 \times 3.87 \times 10^{-13}} = 1.82 \times 10^{11} \text{ GeV}$$

Rozpad mezonu π



Transformacja do laboratorium gdzie mezon ma energię E_{π} i porusza się wzdłuż osi z





Rozpad mezonu π



Długość wszystkich śladów μ taka sama →taka sama energia→rozpad dwuciałowy rudymenty fizyki cząstek 34 Rozpad mezonu π

$$E_{\nu} = \gamma_{\pi} E_{\nu}^{*} \left(1 + \beta_{\pi} \cos \theta^{*} \right)$$

Dla π^+ o energii 200 GeV γ =E/m=200/0.140=1429 $\rightarrow\beta$ ~1

$$E_{\max} = \gamma E_{\nu}^{*} (1 + \beta)$$

$$E_{\min} = \gamma E_{\nu}^{*} (1 - \beta) \approx 0$$

$$tg\theta = \frac{E_{\nu}^{*} \sin \theta^{*}}{E_{\nu}} \Longrightarrow E_{\nu} = \frac{E_{\nu}^{*} \sin \theta^{*}}{tg\theta}$$

Podstawa koncepcji off-axis neutrino narrow beam: niezależnie od energii mezonu π dla danego kąta neutrina w laboratorium, energia jest określona

Rachunki kinematyczne z użyciem niezmienników

Rozpatrujemy rozpad M→m₁ + m₂. Obliczamy energie i pedy produków rozpadu w układzie środka masy tj. układzie spoczynkowym obiektu z masą M

$$P = (M, \vec{0}) \quad p_1 = (E_1, \vec{p_1}) \quad p_2 = (E_2, -\vec{p_1})$$
$$P = p_1 + p_2$$

Tworzymy dwa niezmienniki:

1.
$$p_{1} \cdot p_{2} = p_{1}^{\mu} \cdot p_{2,\mu} = \frac{1}{2} \left[(p_{1} + p_{2})^{2} - p_{1}^{2} - p_{2}^{2} \right] = \frac{1}{2} (P^{2} - p_{1}^{2} - p_{2}^{2}) = \frac{1}{2} (M^{2} - m_{1}^{2} - m_{2}^{2})$$
2.
$$P \cdot p_{1} = ME_{1}$$

$$(p_{1} + p_{2}) \cdot p_{1} = ME_{1}$$

$$p_{1}^{2} + p_{1} \cdot p_{2} = ME_{1}$$

$$p_{1}^{2} + p_{1} \cdot p_{2} = ME_{1}$$

$$p_{1}^{2} = ME_{1} - m_{1}^{2}$$

$$p_{1}^{2} = E_{1}^{2} - m_{1}^{2}$$

$$p_{1}^{2} = E_{1}^{2} - m_{1}^{2}$$

Rachunki kinematyczne z użyciem niezmienników

$$p_1^2 = E_1^2 - m_1^2$$



$$p_1^2 = \frac{\lambda(M^2, m_1^2, m_2^2)}{4M^2}$$

Definicja
$$\lambda$$
 :
 $\lambda(x,y,z) = x^2 + y^2 + z^2 - 2xy - 2yz - 2zx$

Przekrój czynny

- Przekrój czynny σ jest wielkością która charakteryzuje oddziaływanie pomiędzy tarczą i pociskiem ("tarcza" i "pocisk" pojecia tradycyjne bez zastosowania w zderzeniach przeciwbieżnych wiązek)
- Różniczkowy przekrój czynny charakteryzuje prawdopodobieństwo wystąpienia określonego stanu końcowego w oddziaływaniu np.rozproszenia pod określonym kątem
- Całkowity przekrój czynny : proporcjonalny do prawdopodobienśtwa jakiegokolwiek oddziaływania tj. scałkowany po wszystkich możliwych stanach końcowych



Przekrój czynny





Przekrój czynny

Przekrój czynny jest własnością procesu i nie zależy od układu współrzędnych w którym dokonujemy pomiaru, dlatego zapiszemy ostateczną postać wyrażenia na przekrój czynny poprzez niezmienniki relatywistyczne

$$\begin{split} \rho_{a}(lab) &= \rho_{a}(rest)\gamma = \rho_{a}(rest)\frac{E^{iab}}{m_{a}} \Rightarrow \\ \rho_{a}\rho_{b}\mathbf{v}^{lab} &= \rho_{a}(rest)\frac{E^{iab}}{m_{a}}\rho_{b}(rest)\frac{p^{lab}}{E^{lab}} \Rightarrow \\ \rho_{a}(rest)\rho_{b}(rest)\frac{m_{a}p^{lab}}{m_{a}m_{b}} \Rightarrow \\ \rho_{a}(rest)\rho_{b}(rest)\frac{1}{2m_{a}m_{b}}\sqrt{\lambda(s,m_{a}^{2},m_{b}^{2})} \\ p^{lab} &= \frac{1}{2m_{b}}\sqrt{\lambda(s,m_{a}^{2},m_{b}^{2})} \\ \lambda(s,m_{a}^{2},m_{b}^{2}) &= s^{2} + (m_{a}^{2})^{2} + (m_{b}^{2})^{2} - 2sm_{a}^{2} - 2sm_{b}^{2} - 2m_{a}^{2}m_{b}^{2} \end{split}$$

$$\rho_a \rho_b v_{lab} = \rho_a (spocz) \rho_b (spocz) \bullet \frac{1}{2m_a m_b} \sqrt{\lambda(s, m_a^2 m_b^2)}$$
Tak, też relatywistyczny niezmiennik, formuła może być
stosowana dla zderzaczy

41

Przekrój czynny, świetlność



Dla zderzaczy bardziej przejrzysta i użyteczna formuła:



f - częstość n - ilość pęczków $N_1, N_2 - ilośc cząstek w pęczku$ A - powierzchnia przekrywania sięwiązek

Swietlność chwilowa, świetlnośc zcałkowana w czasie, więcej o świetlności w wykładzie o akceleyatorachzyki cząstek

Przestrzeń fazowa

- •Przestrzeń fazowa : przestrzeń możliwych stanów układu
- •Fizyka klasyczna: Przestrzeń fazowa dla N ciał Q to zbiór wszystkich $(x_i, y_i, z_i, v_{xi}, v_{yi}, v_{zi})$ i=1...N
- •Element przestrzenie f., $dQ=\Pi dx_i dy_i dz_i dv_{xi} dv_{yi} dv_{zi}$
- •Fizyka kwantowa : albo prędkości (pędy) albo położenia Q: p_{xi} , p_{yi} , p_{zi} i=1...N
- •dQ=Πdp_{xi}dp_{yi}dp_{zi} (nierelatywistyczna przestrzeń fazowa, bez uwzględnienia normalizacji stanów kwantowych)

Poprawne wyrażenie na przestrzeń fazową w mechanice kwantowej musi uwzględniać gęstość stanów kwantowych wynikająca z warunków kwantowania



$$Lp_x = 2\pi n_x \longrightarrow \frac{n_x}{L} = \frac{p_x}{2\pi}$$

Liczba stanów kwantowych odpowiadających pędowi p_x na jednostkę długości

Liczba stanów kwantowych zawartych w przedziale pędów pomiedzy **p** i **p**+ d^3 **p**. Przestrzeń stanów jest ciągła w granicy L $\rightarrow \infty$ rudymenty fizyki cząstek

43

Przestrzeń fazowa

Relatywistyczna przestrzeń fazowa: uwzględniamy skrócenie Lorentza jakiemu ulega "pudełko do kwantowania". Lorentzowsko niezmiennicza przestrzeń fazowa : liczymy ilość stanów w ich układzie spoczynkowym \rightarrow transormacja odpowiadająca pędowi $\mathbf{p} \rightarrow$ skrócenie "pudełka" o $1/\gamma=m/E$

$$dLips(P) = \frac{d^3 \vec{p}}{(2\pi)^3 E}$$

Element lorentzowsko niezmienniczej przestrzeni fazowej dla jednej cząstki opisanej czterowektorem P=(E,**p**)

Powyższa konwencja dla prezstrzeni fazowej odpowiada normalizacji stanów:

$$\left\langle p \left| p' \right\rangle = (2\pi)^3 2E\delta(\vec{p} - \vec{p'})$$

 $\int \left\langle p \left| p' \right\rangle dLips(P) = 1$

$$dLips(P_1, P_2, P_3, \dots, P_n) = (2\pi)^{-3n} \prod_{\substack{i=1\\ \text{rudymenty fizyki cząstek}}}^n \frac{d^3 \overrightarrow{p_i}}{2E_i}$$

Element l.n. przestrzeni fazowej dla n ciał

Przestrzeń fazowa

W praktycznych zagadnieniach fizyki cząstek mamy do czynienia z sytuacjami w których całkowity czteropęd układu cząstek jest określony i zachowany tj. P_1 +.... P_n =P. Odpowiada temu ograniczona Lips:

$$dLips(P, P_1...P_n) = (2\pi)^4 \delta^4 \left(P - \sum P_i\right) dLips(P_1,...P_n)$$
$$\delta^4 \left(P - \sum P_i\right) = \delta \left(E - \sum E_i\right) \delta^3 \left(\overrightarrow{p} - \sum \overrightarrow{p_i}\right)$$

Obecność delty Diraca bardzo komplikuje wylicznie Lips, ale w przypadku niewielkiej ilości cząstek (2-4) jest to możliwe metodami analitycznymi. Całkowanie po przestrzeni wielociałowej wykonuje się metodą Monte Carlo

Wymiar ograniczonej Lips : 3n-4

Dla n=2 wymiar przestrzeni fazowej (= ilość stopni swobody) =2

W układzie środka masy : pęd jest określony, pozostaje kat polarny i azymutalny jednego wektora (drugi jest równy i przeciwnie skierowany)

$$dLips(P; P_1, P_2) = \frac{q^* d\Omega}{16\pi \tau_{\text{udymenty fizyki cząstek}}^*} \quad \text{W granicy } E^* = M \rightarrow m_1 + m_2 \text{ dLips} \rightarrow 0$$
45

$$d\Phi = \left(\Pi_{f} \frac{d^{3}p_{f}}{2E_{f}(2\pi)^{3}}\right) (2\pi)^{4} \delta^{(4)}(p_{A} - \sum_{f} p_{f})$$

$$dLips\left(P; P_{1}, P_{2}\right) = \left(2\pi\right)^{-2} \frac{d^{3} \vec{p_{1}}}{2E_{1}} \frac{d^{3} \vec{p_{2}}}{2E_{2}} \delta^{4}(P - P_{1} - P_{2})$$

$$\operatorname{cms} : \vec{p_{1}}^{*} + \vec{p_{2}}^{*} = 0;$$

$$\delta^{4}(P - P_{1} - P_{2}) = \delta(P_{0} - E_{1} - E_{2})\delta^{3}(\vec{p_{1}}^{*} + \vec{p_{2}}^{*})$$

$$d^{3} \vec{p_{2}}^{*} \delta^{3}(\vec{p_{1}}^{*} + \vec{p_{2}}^{*}) = 1$$

$$d^{3} \vec{p_{1}}^{*} = p_{1}^{*2}dp_{1}^{*}d\Omega = p_{1}^{*2}dp_{1}^{*}d\cos\theta d\phi$$

$$E = E_{1}^{*} + E_{2}^{*} = \sqrt{m_{1}^{2} + p_{1}^{*2}} + \sqrt{m_{2}^{2} + p_{1}^{*2}}$$

$$dE = \left(\frac{p^{*}}{E_{1}} + \frac{p^{*}}{E_{2}}\right)dp^{*} = \frac{p^{*}E}{E_{1}E_{2}}dp^{*}$$

$$dLips\left(P; P_{1}, P_{2}\right) = \frac{p^{*}d\Omega dE^{*}}{(2\pi)^{2}4E}\delta\left(M - E^{*}\right) = \frac{p^{*}d\Omega}{16\pi^{2}E}$$

rudymenty fizyki cząstek

Przestrzeń fazowa trójciałowa: gęstość stanów na diagramie Dalitza

$$dLips(s; P_1, P_2, P_3) = (2\pi)^{-5} \frac{1}{8} d\Omega' dE_1 dE_2$$

$$s = s_{123} = (P_1 + P_2 + P_3)^2 = s_{12} + s_{13} + s_{23} - m_1^2 - m_2^2 - m_3^2$$

$$s_{12} = (P_1 + P_2)^2 = (P - P_3)^2 = s + m_3^2 - 2E_3 s^{\frac{1}{2}}$$

$$s_{13} = (P_1 + P_3)^2 = (P - P_2)^2 = s + m_2^2 - 2E_2 s^{\frac{1}{2}}$$

$$s_{23} = (P_2 + P_3)^2 = (P - P_1)^2 = s + m_1^2 - 2E_1 s^{\frac{1}{2}}$$

$$dE_1 dE_2 \rightarrow ds_{12} ds_{23}$$

Element 3-ciałowej przestrzeni fazowej opisuje kąt przestrzenny (orientacja układu 3 ciał w przestrzeni) i dwie energie w układzie środka masy lub równoważnie dwie masy niezmiennicze cząstek 1 i 2 oraz 1 i 3. Orientacja przestrzenna jest nieistotna (można po niej wycałkować). Diagram Dalitza to gęstość punktów na płaszczyśnie z osiami m_{12} i $m_{23...}$. Na tej płaszczyźnie przestrzeń fazowa daje stałą gęstość \rightarrow róznice gęstości są wynikiem dynamiki rozpadu rudymenty fizyki cząstek 47

•Diagram Dalitza jest reprezentacją 3ciałowego rozpadu X→a+b+c

•Osie diagramu : masy niezmienicze par cząstek np. m_{ab} i m_{bc}

•Każdy zaobserwowany przypadek rozpadu jest punktem na diagramie

•Gdyby rozpad był dyktowany wyłacznie przez dostępną przestrzeń fazową tj. element macierzowy |M|²=const. Rozkład punktów byłby równomierny

•Z rozkładu gęstości na diagramie D. możemy wnioskować o spinie/parzystości cząstek a także o stukturze rezonansowej rozpadu (rezonansy pośrednie)

rudymenty



FIG. 2. Regions of the 3π Dalitz plot where the density must vanish because of symmetry requirements are shown in black. The vanishing is of higher order (stronger) where black lines and dots overlap. In each isospin and parity state, the pattern for a spin of J+ even integer is identical to the pattern for spin J, provided $J \ge 2$. (Exception: vanishing at the center is not required for $J \ge 4$.)

$$p\bar{p} \rightarrow 3\pi^0$$

•Proces anihilacji

•Gęstość punktów prezentowana jest w skali kolorów : czerwony odpowiada maksymalnej gęstości

•Interpretacja diagramu ma charakter statystyczny: dla danego przypadku można określić jedynie prawdopodobieństwo działu danego rezonasu.

•Charakterystyczne są symetria (trzy identyczne cząstki) i interferencja



Proces $2 \rightarrow 3$ np. $a+b \rightarrow c+d+e$ może zachodzić kwazi-dwuciałowo tj. $a+b \rightarrow (cd)+e$ lub (ce)+d lub (de)+c.





Przekrój czynny, przestrzeń fazowa, amplituda przejścia

- i> stan początkowy (zderzające się cząstki lub cząstka rozpadająca)
- $|f\rangle$ stan końcowy : n cząstek o czteropędach P_1, P_2, \dots, P_n

 T_{if} : amplituda przejścia ze stanu $|i\!\!>$ do stanu $|f\!\!>$

$$d\sigma_{if} = \frac{1}{2\lambda(s, m_a^2, m_a^2)} dLips(s; P_1, ... P_n) |T_{if}|^2 \quad s = (p_a + p_b)^2 \quad \text{Przekrój czynny}$$

$$\Gamma_{if} = \frac{1}{2m} \int dLips(m^2; P_1, ... P_n) |T_{if}|^2 \quad \text{Szerokość rozpadu} \sim 1/\tau \text{ (odwrotność czasu życia)}$$

$$\sigma_{if} = \frac{1}{2\lambda(s, m_a^2, m_a^2)} \int dLips(s; P_1, \dots, P_n) \left| T_{if} \right|^2$$

Całkowity przekrój czynny w kanale i→ (scałkowany po przestrzeni fazowej kanału |f>

D / .

$$\sigma_{tot} = \sum_{f} \sigma_{if} = \sum_{f} \frac{1}{2\lambda(s, m_a^2, m_a^2)} \int dLips(s; P_1, .., P_n) |T_{if}|^2 \qquad \begin{array}{c} \text{całkowity} \\ \text{przekrój czynny} \\ \text{na zderzenie} |i\rangle \end{array}$$

Inkluzywny przekrój czynny

$$\frac{dLips(s; P_1 \dots P_n) = dLips(s; a, b, c \dots A, B, C \dots)}{\frac{d\sigma}{dadbdc \dots}} = \frac{1}{2\lambda(s, m_a^2 m_b^2)} \int_{A, B, C} dLips(s; a, b, c \dots A, B, C \dots) \left| T_{if} \right|^2 dAdB \dots$$

Inkluzywny przekrój czynny, tj. przekrój czynny scałkowany po części przestrzeni fazowej (należącej do części stanu końcowego)

Przykład: rozpraszanie głęboko nieelastczne $e+p \rightarrow e+X$



Sumujemy po wszystkich możliwych stanach X i całkujemy po przestrzeni fazowej tych stanów, mierzymy przekrój czynny jako funkcję stanów końowych elektronu np.. Energii i kąta rozproszonego elektronu