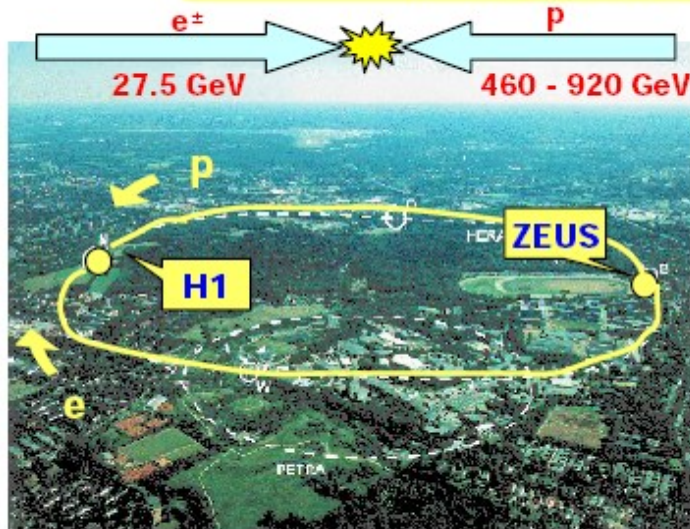
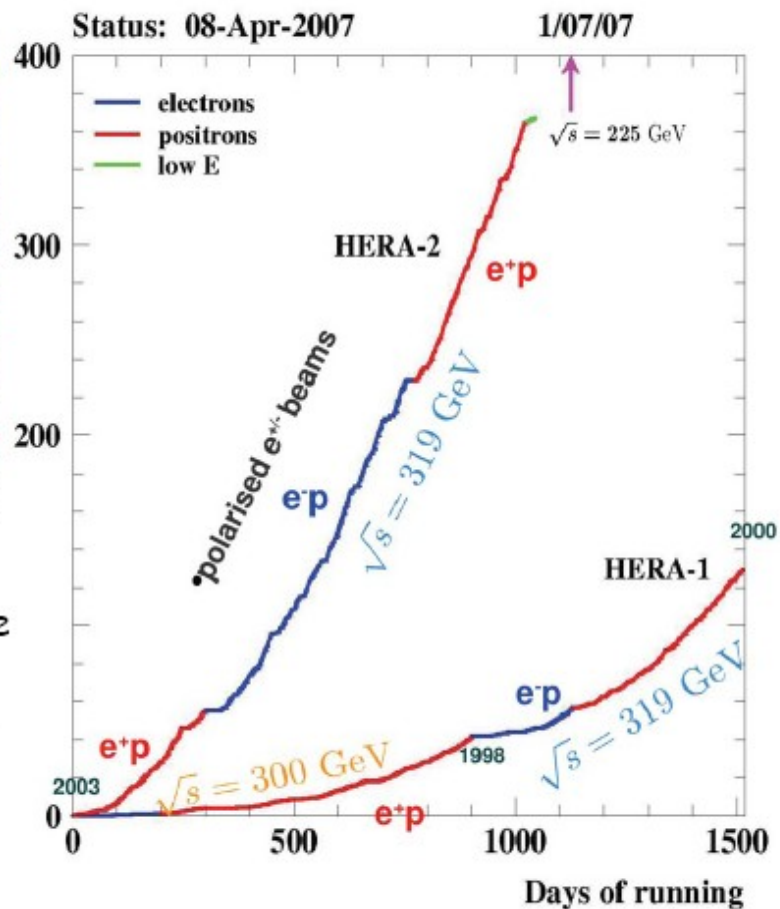


The HERA Collider



- HERA I 1992-2000 $L \sim 120 \text{ pb}^{-1}/\text{expt}$
- HERA II 2003-2007 luminosity upgrade and polarised lepton beam
- End of $E_{\text{cm}} = 320 \text{ GeV}$ run March 20, 2007
- $L \sim 360 \text{ pb}^{-1}/\text{expt}$ in $e^+_{L,R} p$ and $e^-_{L,R} p$
- H1+ZEUS together accumulated 1 fb^{-1}

Entering now exciting period of final analyses

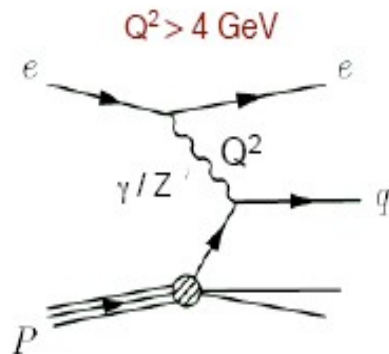
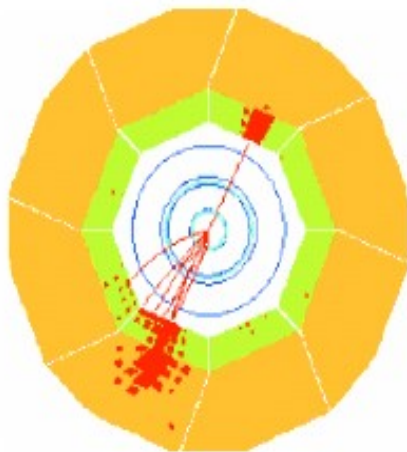


- HERA is world's first and only ep collider
- Collision energy $\sqrt{s}=320 \text{ GeV}$
- Can collide e^+ or e^- with longitudinal polarisation
- Enormous impact on world parton distribution functions
- Tests EW sector of Standard Model
- Charm factory
- Many possible SM extensions show up at HERA

Dominant Processes at High P_T

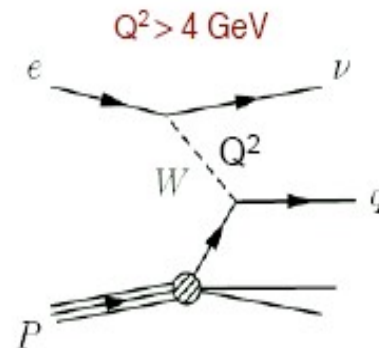
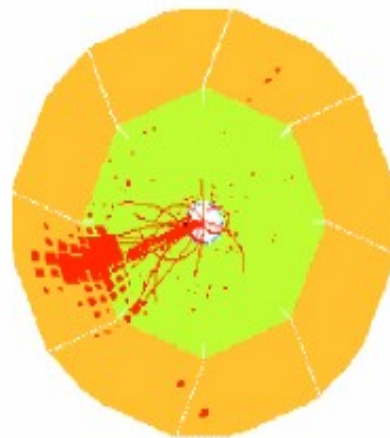
Neutral Current (NC) DIS

$$e p \rightarrow e j$$



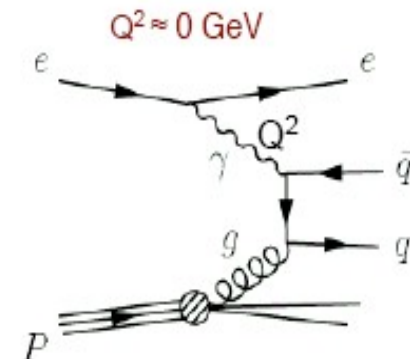
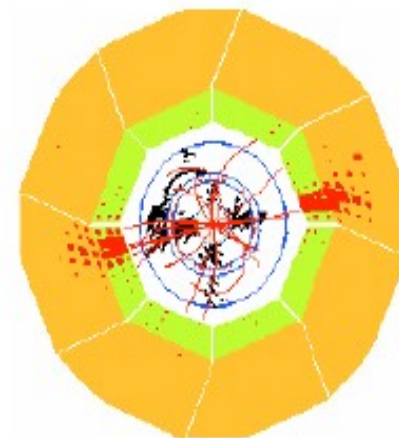
Charged Current (CC) DIS

$$e p \rightarrow \nu j$$



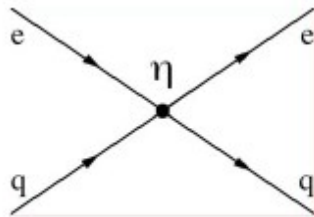
Photoproduction (γP)

$$\gamma p \rightarrow j j$$

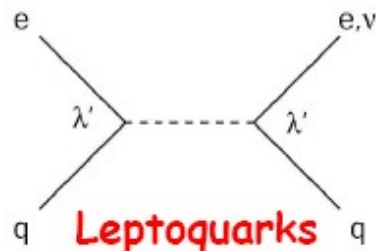


Searching for New Physics at HERA

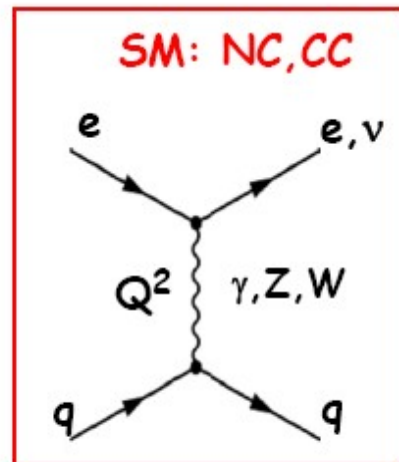
$L \sim 1\text{fb}^{-1}$ search for processes with $\sigma < 1\text{ pb}$



Contact Interactions
Quark Radius
Large Extra
Dimensions



Leptoquarks

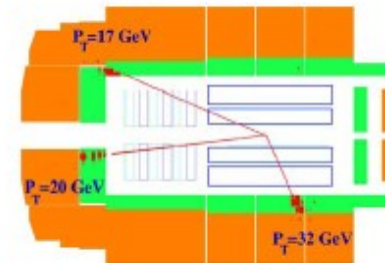


SM: NC, CC

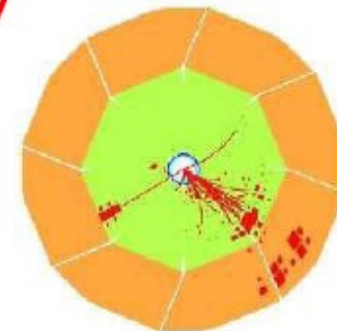
Q^2 γ, Z, W



Excited Leptons



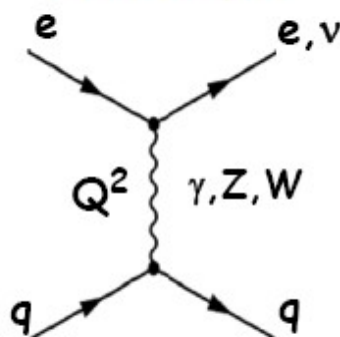
Multi-Leptons



Isolated Leptons
+ $P_{T\text{miss}}$

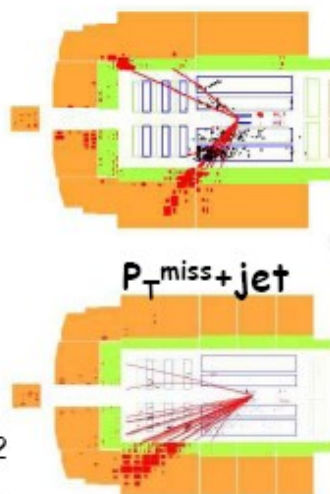
Contact Interaction: Introduction

SM: NC, CC

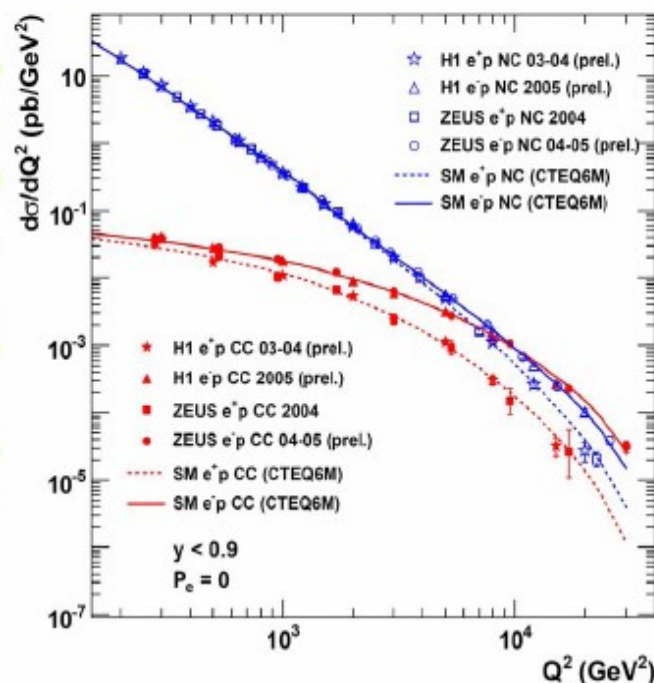


- Large Q^2 domain covered by HERA up to $\sim 4 \cdot 10^4 \text{ GeV}^2$
- New Physics would create deviations from SM at high Q^2

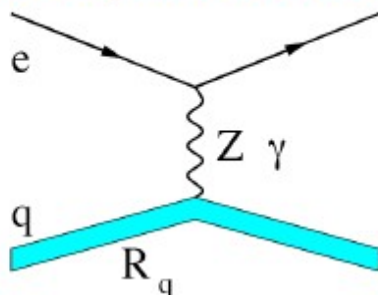
e+jet



HERA II



CI: Quark Radius form factor



$$\frac{d\sigma}{dQ^2} = \frac{d\sigma^{SM}}{dQ^2} \left(1 - \frac{1}{6} R^2 Q^2 \right)^2$$

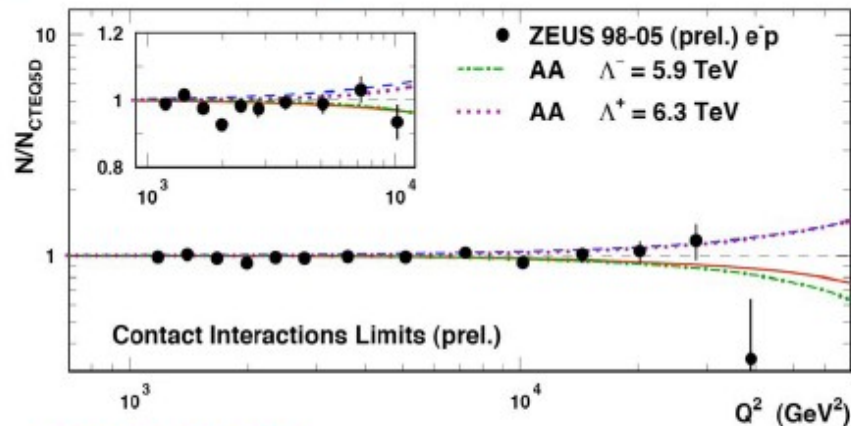
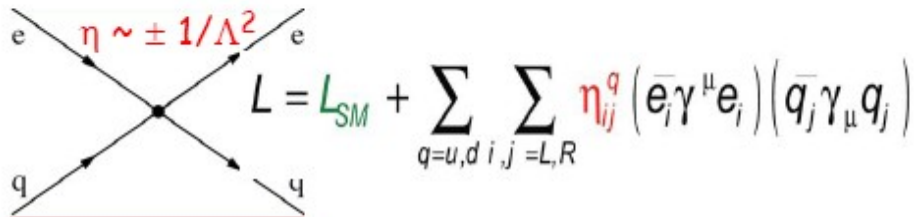
ZEUS 94-05

$$R_q < 0.67 \cdot 10^{-3} \text{ fm}$$

Contact Interaction

HERA I+II
274 pb⁻¹

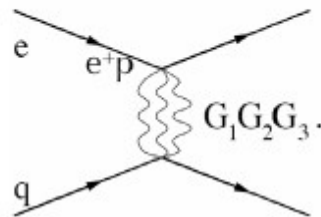
Contact interaction at a large scale Λ :



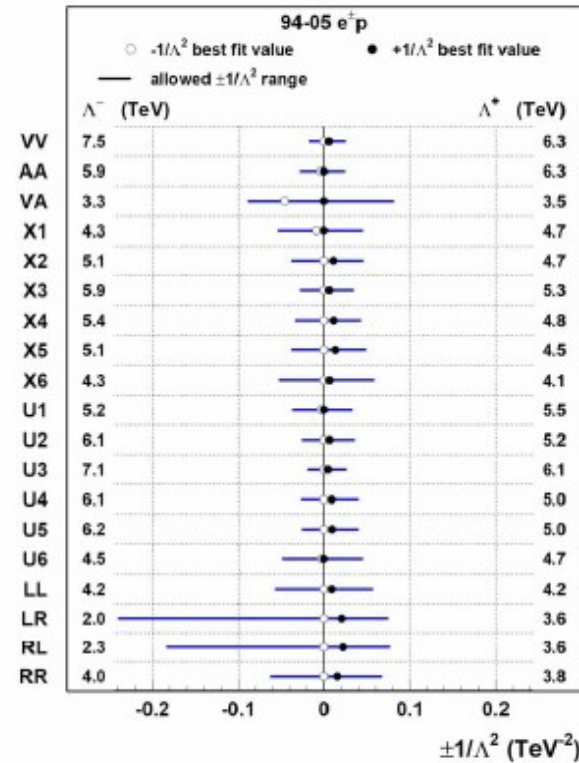
Large extra
dimensions:

$$\eta \sim 1/M_S^4$$

$$M_S > 0.9 \text{ TeV}$$



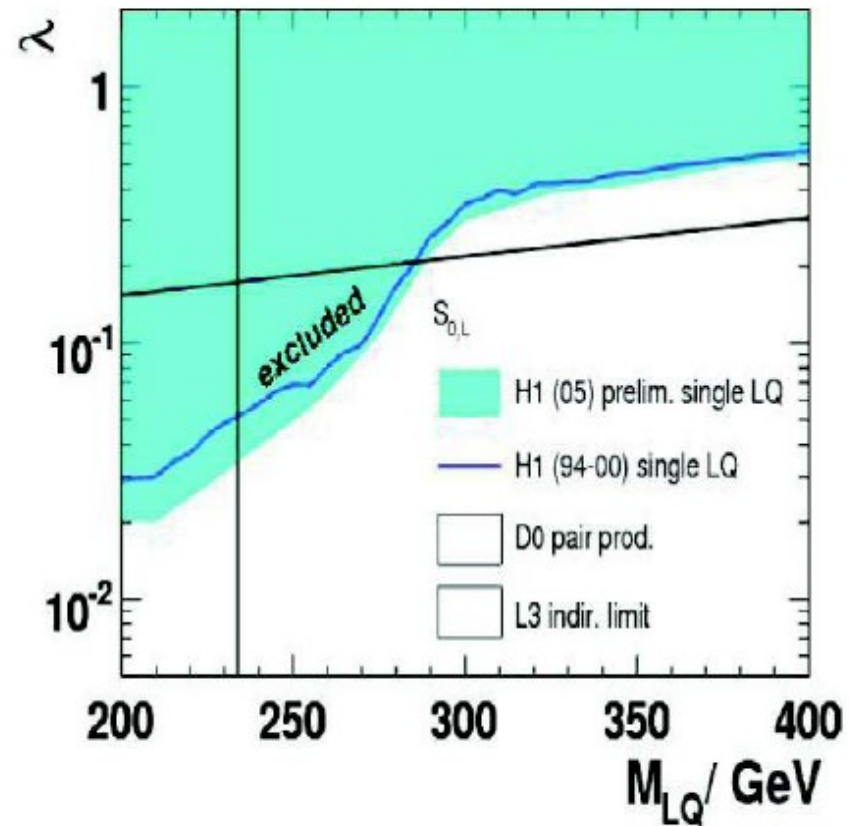
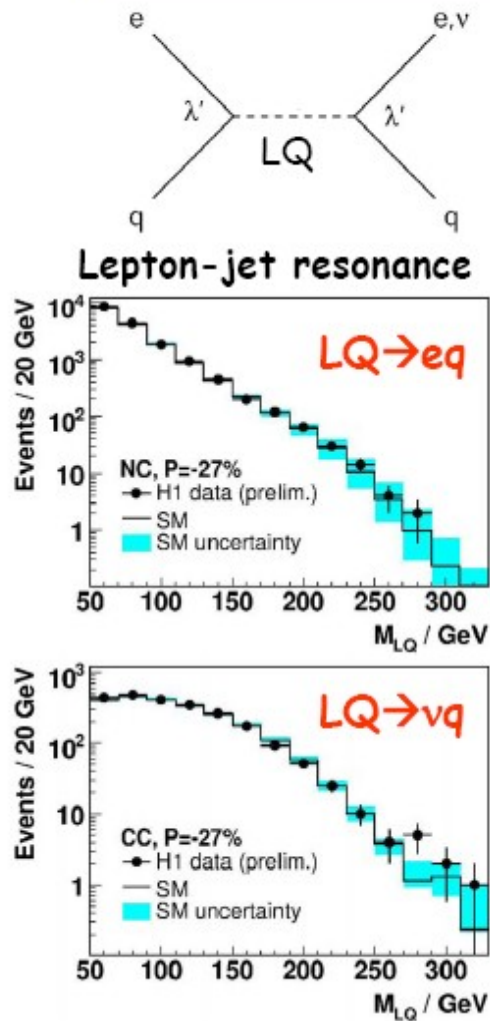
ZEUS Preliminary



Limits on Λ 2 - 7.5 TeV

Leptoquarks

HERA II
e-p 92pb⁻¹



More data, e⁺/e⁻p, (x2)
final domain to explore

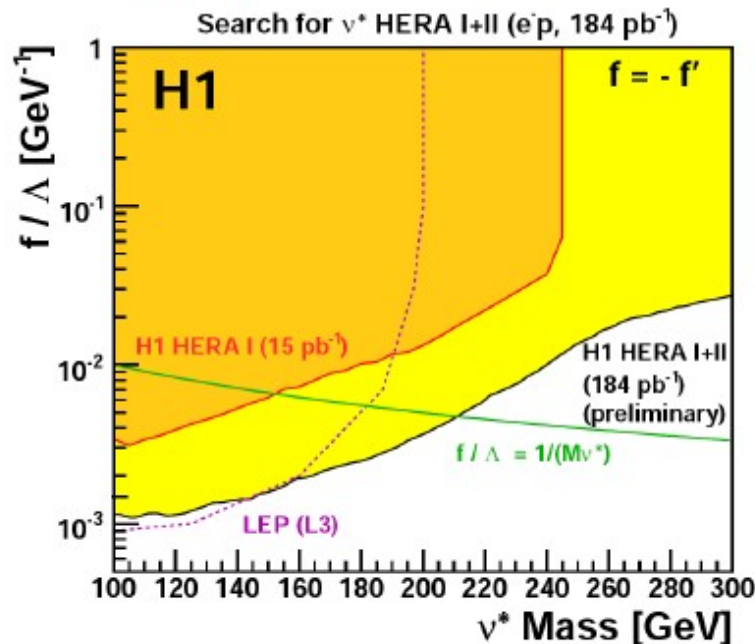
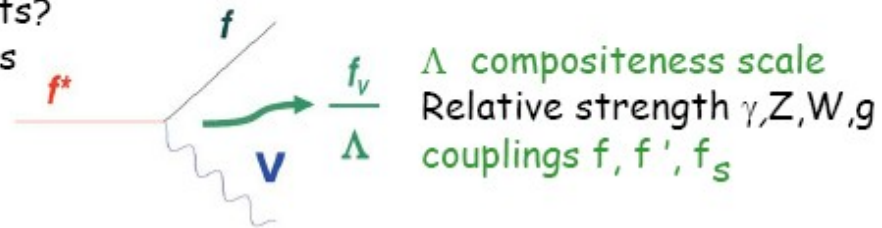
Search for Excited Leptons

Full HERA
I+II lumi

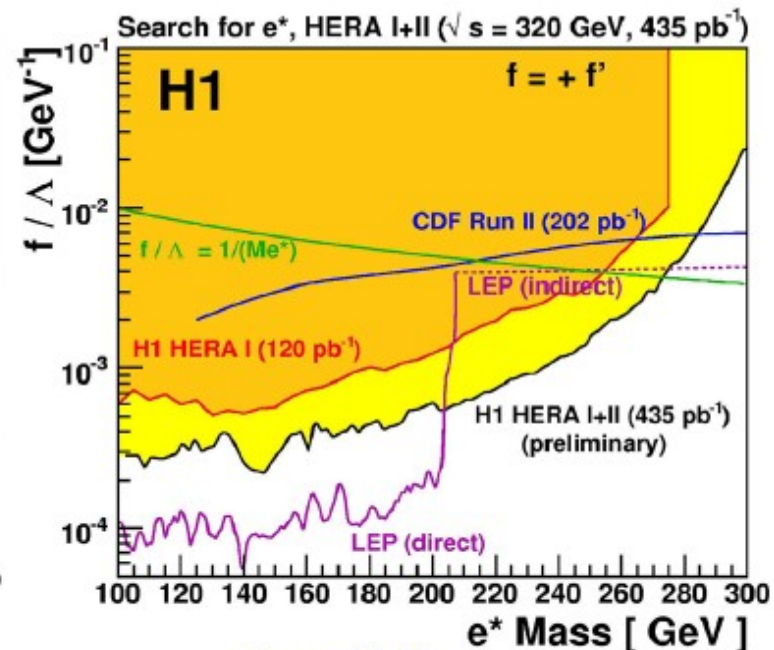
Leptons made of smaller constituents?
direct observation of excited states

Lepton-Boson Resonances

$\nu^* \rightarrow \nu\gamma, eW, \nu Z$ $e^* \rightarrow e\gamma, \nu W, eZ$



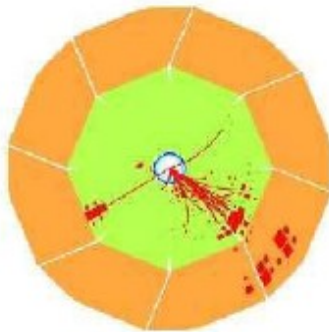
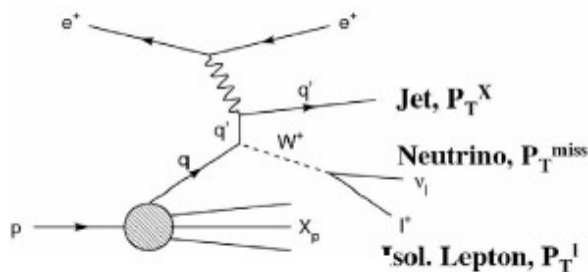
$f/\Delta = 1/M_{\nu^*}$
 $M_{\nu^*} > 211$ GeV



$f/\Delta = 1/M_{e^*}$
 $M_{e^*} > 273$ GeV

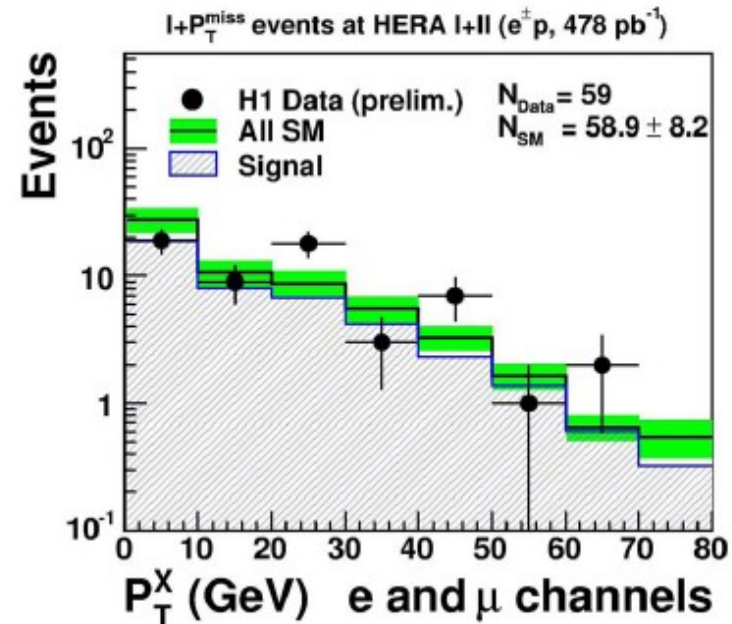
Events with isolated e or μ and $P_{T\text{miss}}$

SM W: Total Cross Section ~ 1 pb
 $\rightarrow$ few events with e or μ



H1 HERA I (118 pb^{-1} , mainly e^+p)
 $P_{T^X} > 25 \text{ GeV}$
 11 (Data) / 3.5 ± 0.6 (SM) (3σ)

Full HERA I+II Luminosity



Evidence for W production at HERA
 Continue to observe events at high P_{T^X}
 $\rightarrow$ Look more differentially in e^+p/e^-p data samples

Conclusions

20.3.2007: End of the HERA II at $E_{\text{cm}} = 320 \text{ GeV}$, yielded $\sim 360 \text{ pb}^{-1}$ per experiment

H1 and ZEUS have collected together $\sim 1 \text{ fb}^{-1}$ good HERA data

Searches for new physics ongoing

Some analyses already use full luminosity

3σ excess on isolated leptons remains (H1)

Now enter era of final analyses

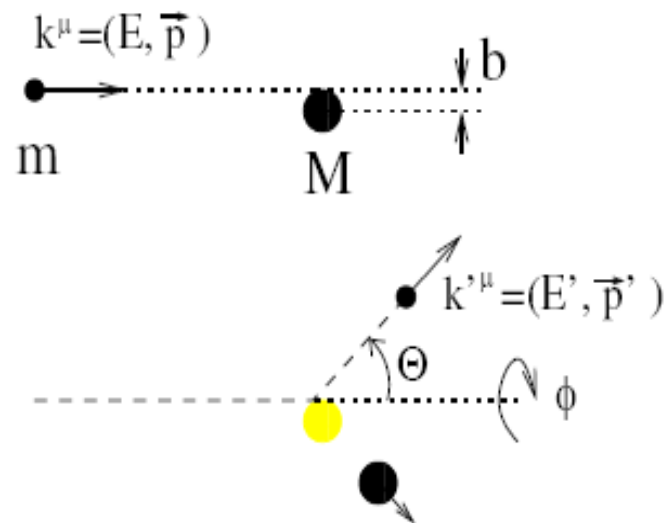
new surprises still possible

Struktura protonu

- kinematyka rozpraszania
- rozpraszanie nieelastyczne
- partony i kwarki
- struktura protonu
- akcelerator HERA
- wyznaczanie funkcji struktury

Kinematyka

Rozpraszanie elastyczne



W rozpraszaniu cząstek wprowadzamy dodatkowe zmienne:

- przekaz energii: $\nu = E - E'$
- przekaz czteropędu: $q^\mu = k^\mu - k'^\mu$

Z zasad zachowanie energii i pędu:

$$Q^2 \equiv -q^2 = 2M\nu$$

(niezmiennik transformacji Lorentza)

Energia rozproszonego pocisku i przekaz czteropędu wyrażają się przez kąt rozproszenia θ . W granicy $E \gg m$:

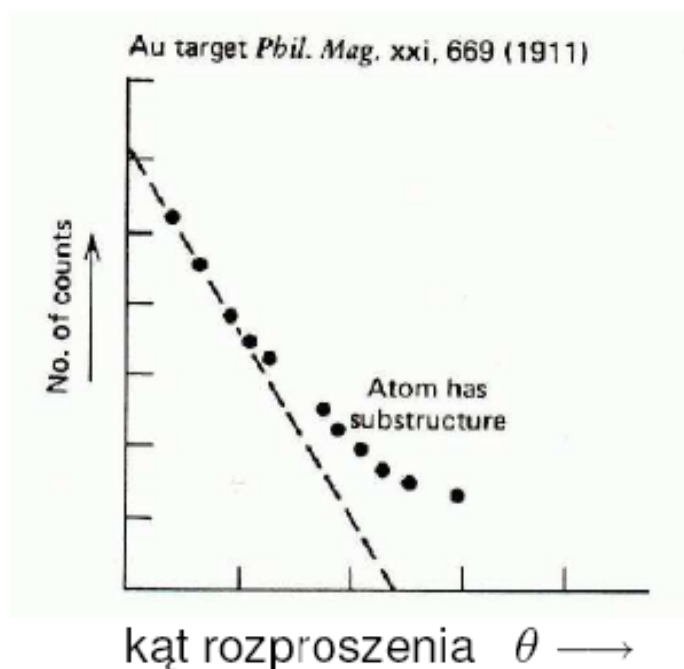
$$E' = \frac{E}{1 + \frac{E}{M}(1 - \cos \theta)} \leq E$$

$$Q^2 = 2EE'(1 - \cos \theta) = 4EE' \sin^2 \frac{\theta}{2}$$

Doświadczenie Rutherforda

Wyniki pomiarów

rozpraszania cząstek α na cienkiej złotej folii przeprowadzonych przez H.Geigera i E.Marsdena:



Zaobserwowano rozproszenia cząstek α pod bardzo dużymi kątami, czego nie można było wyjaśnić w modelu "ciastka z rodzynekami" zaproponowanym przez Thomsona

"To było tak jakbyście wystrzelili piętnastocalowy pocisk w kierunku kawałka bibułki, a on odbił się i was uderzył."

E. Rutherford

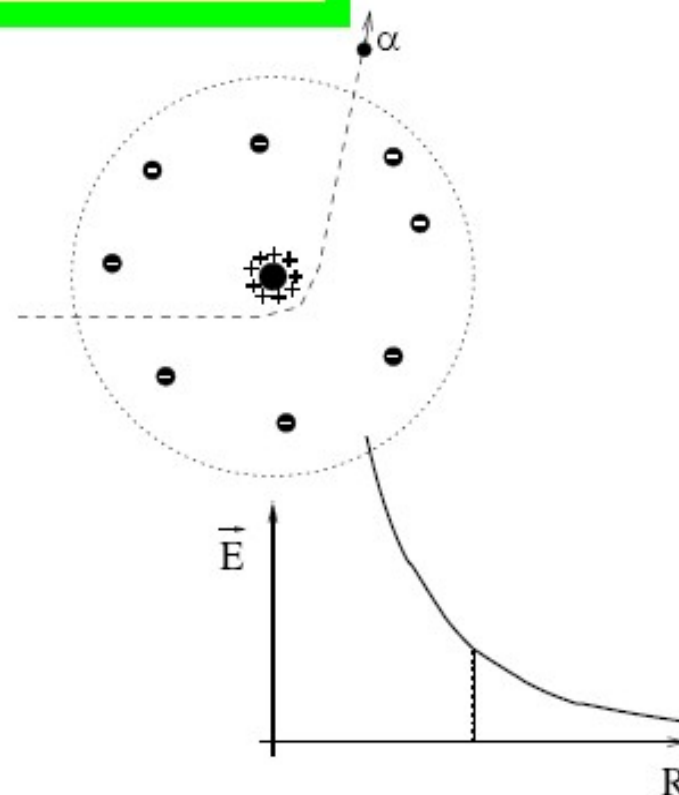
Doświadczenie Rutherforda

Model Rutherforda



Rutherford zaproponował
jądrowy model atomu.

Cały dodatni ładunek atomu (10^{-10} m)
skupiony jest w praktycznie **punktowym**
(10^{-14} m) **jądrze**



Przechodząca cząstka zawsze czuje cały
ładunek dodatni $\Rightarrow$ kąty rozproszenia są
dużo większe niż przy ciągłym rozkładzie
ładunku

Doświadczenie Rutherforda

Przekrój czynny

Obserwowany rozkład kątowy rozproszonych cząstek α proporcjonalny jest do tzw. **różniczkowego przekroju czynnego** na rozpraszanie cząstki o ładunku e w potencjale kulombowskim ładunku Ze :

$$N(\theta) \sim \frac{d\sigma}{d\Omega} = \frac{Z^2 \alpha^2}{4E^2 \sin^4 \frac{\theta}{2}}$$

Wzór Rutherforda

(zaniedbujemy odrzut jądra i efekty spinowe)

Skończone prawdopodobieństwo rozproszenia $\theta = \pi$!

Kąt bryłowy możemy wyrazić przez przekaz czteropędu Q^2

$$Q^2 = 2EE'(1 - \cos \theta)$$

$$dQ^2 = 2EE' \sin \theta d\theta$$

$$d\Omega = 2\pi \sin \theta d\theta = \frac{\pi}{EE'} dQ^2$$

Otrzymujemy wzór na rozpraszanie Rutherforda w postaci:

$$\frac{d\sigma}{dQ^2} = \frac{4\pi\alpha^2 Z^2}{Q^4} \cdot \frac{E'}{E}$$

(czynniki $\frac{E'}{E}$ uwzględnia odrzut jądra)

$$\text{Oddziaływanie } \frac{1}{r^2} \Rightarrow \frac{d\sigma}{dQ^2} \sim \frac{1}{Q^4}$$

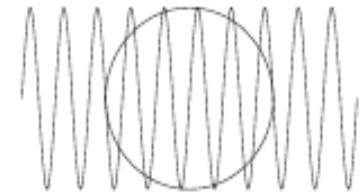
Rozpraszanie elastyczne

Rozdzielczość

Ze **wzrostem** przekazu czteropędu Q^2
maleje długość fali wymienianego fotonu.

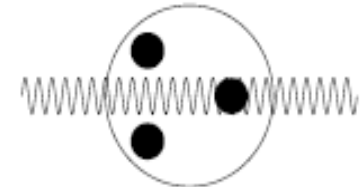
Model Rutherforda - rozpraszanie na jądrze

“miękki” foton
małe Q^2



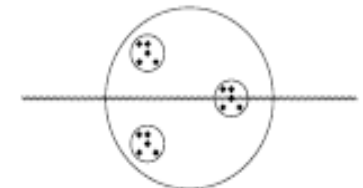
Model Rutherforda załamuje się
⇒ stajemy się czuli na wewnętrzną
budowę jądra...

pośrednie Q^2



a potem na **rozmiary nukleonów**...

twardy foton
duże Q^2



e Większe $Q^2 \Rightarrow$ większe "powiększenie"



Rozpraszanie głęboko-nieelastyczne

Czynniki postaci

Skończone rozmiary “tarczy” (jądra, nukleonu) wprowadzają modyfikację do wyrażenia na przekrój czynny:

$$\frac{d\sigma}{dQ^2} = \left(\frac{d\sigma}{dQ^2} \right)_{\text{point}} \cdot [F(Q^2)]^2$$

gdzie $F(Q^2)$ jest tzw. **czynnikiem postaci** (form factor),
odzwierciedlającym **przestrzenny rozkład ładunku** tarczy (**transformata Fouriera**).

Dla **sferycznie symetrycznego** rozkładu ładunku i małych wartości Q^2 :

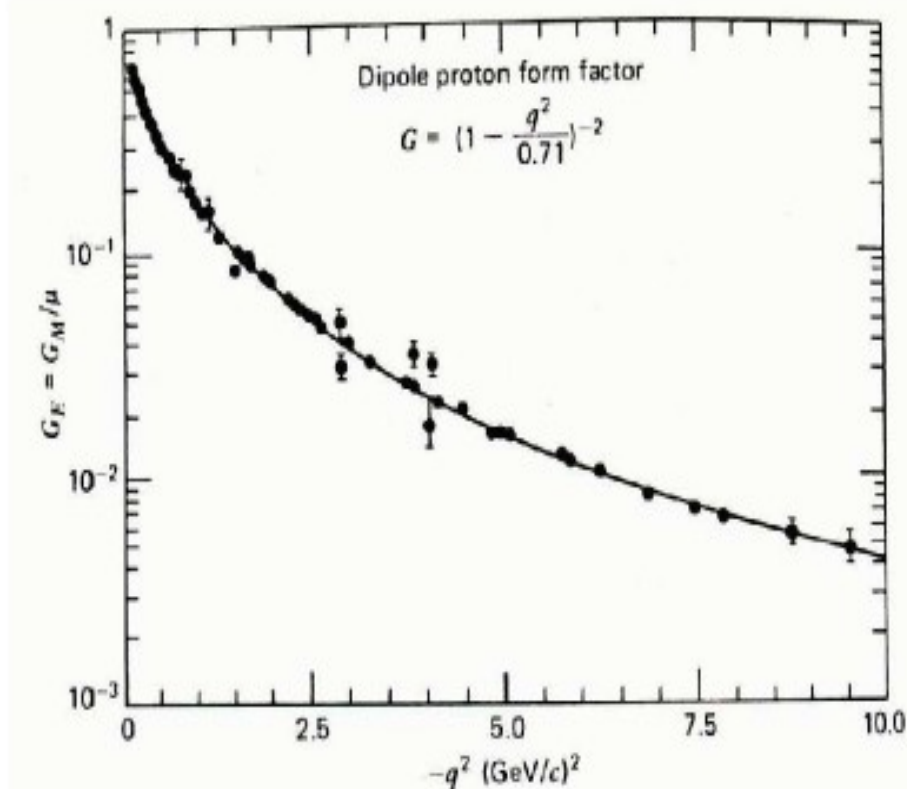
$$F(Q^2) \approx 1 - \frac{1}{6}Q^2\langle R^2 \rangle + \dots$$

Pomiar $F(Q^2)$ w rozpraszaniu elektronów przy $E \sim 500$ MeV pozwolił na dokładny pomiar rozkładu ładunków w różnych jądrach atomowych (odwrotna transformata Fouriera).

Rozpraszanie elastyczne

Czynniki postaci

Ze wzrostem energii wiązek można też było zmierzyć czynnik postaci protonu:



Parametryzacja wyników:

$$F(Q^2) \approx \left(1 + \frac{Q^2}{0.71 \text{ GeV}^2}\right)^{-2}$$

$$\frac{1}{6} \langle R^2 \rangle \approx \frac{2}{0.71 \text{ GeV}^2}$$

$$\Rightarrow \bar{R} \approx \sqrt{\frac{12}{0.71 \text{ GeV}^2}} \approx 4 \text{ GeV}^{-1} \approx 0.8 \text{ fm}$$

Rozpraszanie nieelastyczne

Do tej pory rozważaliśmy tylko rozpraszanie **elastyczne**, czyli takie dla których “tarcza” (jak i cząstka padająca - “pocisk”) po zostawała **niezmieniona**.

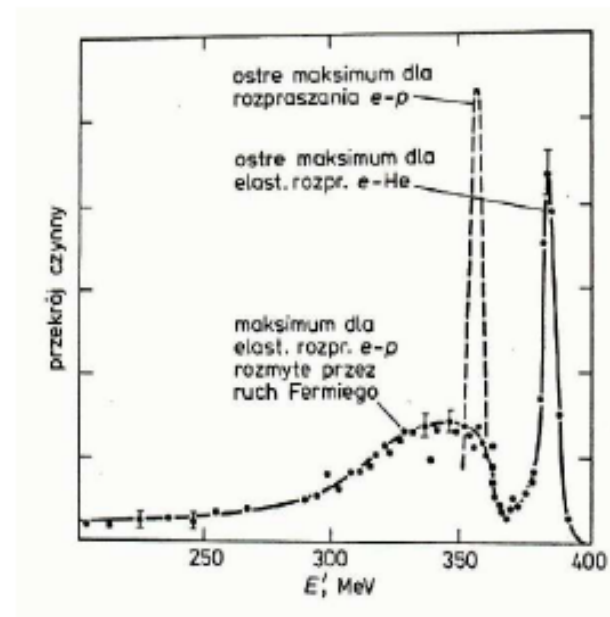
W rozpraszaniu elastycznym **energia** rozproszonego pocisku jest **jednoznacznie określona** przez **kąt** rozproszenia:

$$E' = \frac{E}{1 + \frac{E}{M}(1 - \cos \theta)}$$

$$\Rightarrow M = \frac{EE'(1 - \cos \theta)}{E - E'}$$

Rozpraszanie eHe

Rozkład energii elektronów o energii 400 MeV, rozproszonych na jądrach He pod kątem 45° :

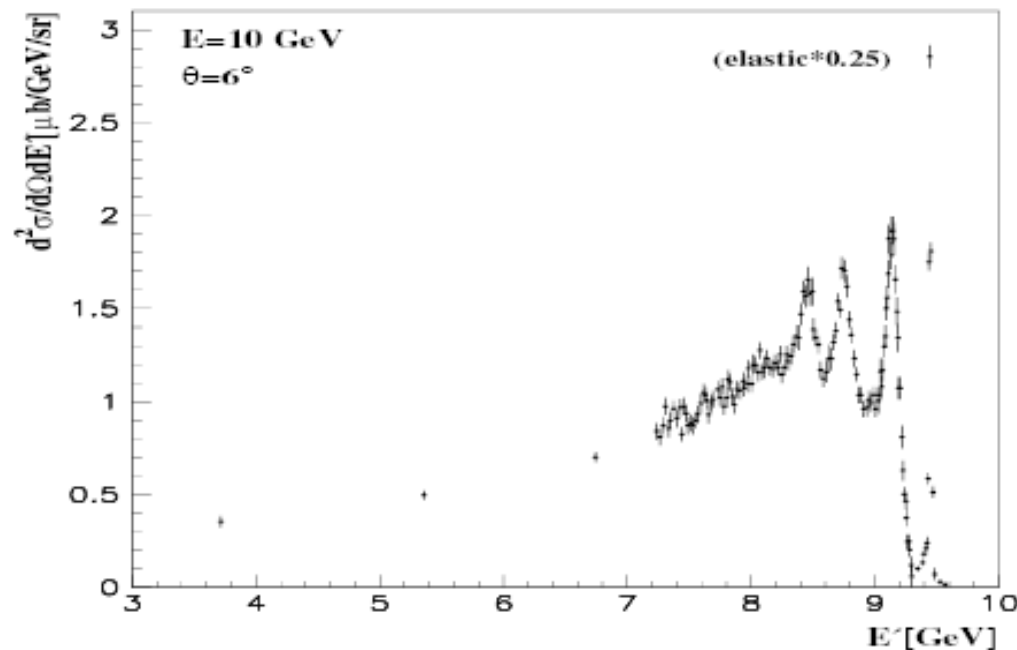


Oprócz elastycznego rozpraszania eHe ($M = M_{He}$) widoczne jest rozpraszanie $e-p$ ($M = m_p$)

Rozpraszanie nieelastyczne

Rozpraszanie ep

Bardzo podobną strukturę widma energii **elektronów** obserwujemy w rozpraszaniu **na protonach**:



Pierwsze (od prawej) maksimum to **rozpraszanie elastyczne**.

Kolejne to produkcja **stanów wzbudzonych** protonu (rezonansów barionowych) o masach pomiędzy 1 i 2 GeV.

Masa stanu końcowego:

$$W^2 = M^2 + 2M(E - E') - Q^2$$

rośnie dla malejącego E' .

Skąd ciągłe widmo w obszarze **głęboko-nieelastycznym** ($W \gg M$) $E' < 8\text{ GeV}$?

Rozpraszanie głęboko-nieelastyczne

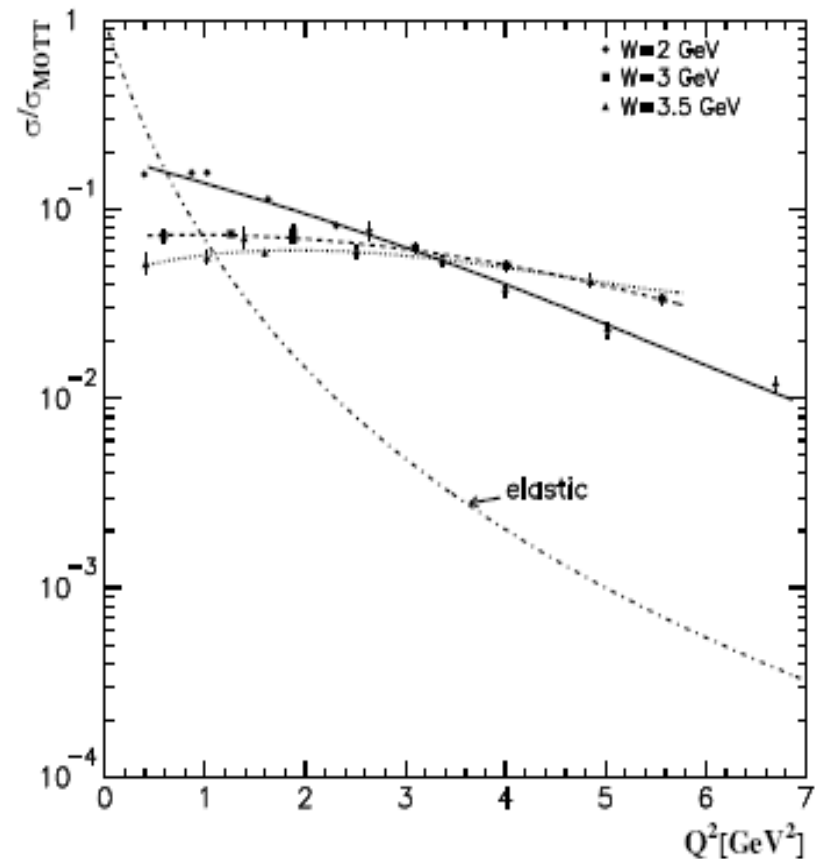
Przekrój czynny ep

Stosunek przekroju czynnego na rozpraszanie **nieelastyczne** przy ustalonym W do przekroju czynnego na rozpraszanie **elastyczne** na ładunku punktowym (σ_{Mott})



Ta sama zależność od Q^2 !!!

⇒ **elastyczne** rozpraszanie na punktowych **partonach**



Model zaproponowany przez **Feynman'a** w 1969 roku

Rozpraszanie głęboko-nieelastyczne

Model partonowy

Rozpraszanie elektronu **na partonie** o ładunku e_q :

$$\frac{d\sigma}{dQ^2} = \frac{4\pi\alpha^2 e_q^2}{Q^4} \cdot \left(\frac{E'}{E}\right) \cdot \left[\cos^2 \frac{\theta}{2} + \dots\right]$$

Człon $\cos^2 \frac{\theta}{2}$ pochodzi od spinu elektronu.

Spin partonu na razie pomijamy (...)

Z kinematyki możemy wyznaczyć efektywną **masę partonu**:

$$m = \frac{Q^2}{2\nu}$$
$$\frac{m}{M} = \frac{Q^2}{2M\nu} \equiv x$$

Przekrój czynny na rozpraszanie **na protonie** złożonym z partonów:

$$\frac{d\sigma}{dx dQ^2} = \frac{4\pi\alpha^2}{xQ^4} \cdot \left(\frac{E'}{E}\right) \cdot \left[F_2(x) \cdot \cos^2 \frac{\theta}{2} + \dots\right]$$

gdzie $F_2(x)$ - **funkcja struktury**

$F_2(x)$ zdefiniowana jest w oparciu o **gęstości prawdopodobieństwa** $q(x)$ znalezienia partonu q o masie $m = xM$:

$$F_2(x) = \sum_{\text{partony } q} e_q^2 x q(x)$$

Rozpraszanie głęboko-nieelastyczne

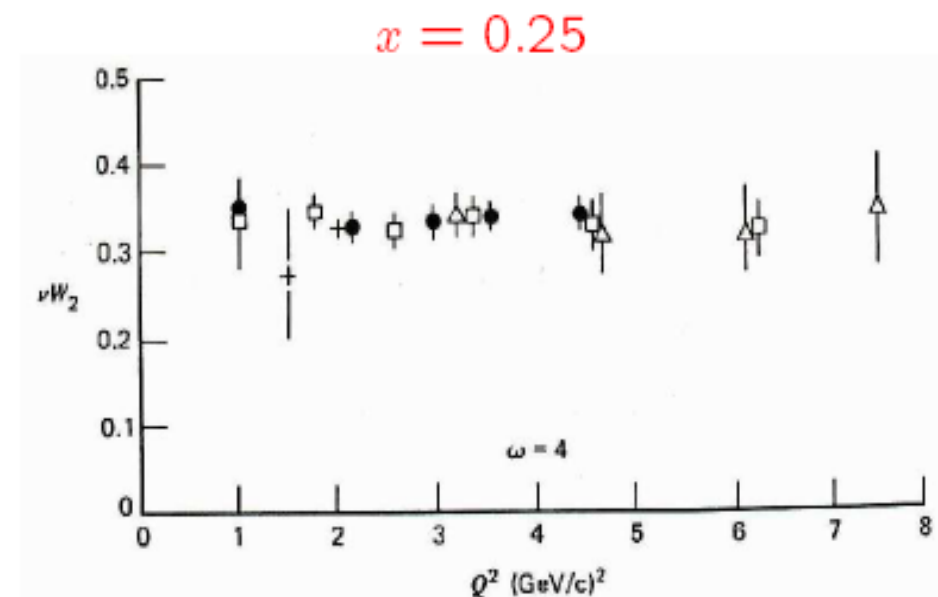
Skalowanie Bjorkena

Funkcję struktury $F_2(x, Q^2)$ można zdefiniować niezależnie od modelu (!).

Sukcesem modelu partonowego była obserwacja **skalowania** $F_2(x, Q^2)$, czyli braku zależności od Q^2 (wynikającego z elastycznego rozpraszania na partonach)

Jest to tzw. **skalowanie Bjorkena**, zaproponowane przez Bjorkena w 1968 roku.

Zmienna x często nazywana jest zmienną bjorkenowską

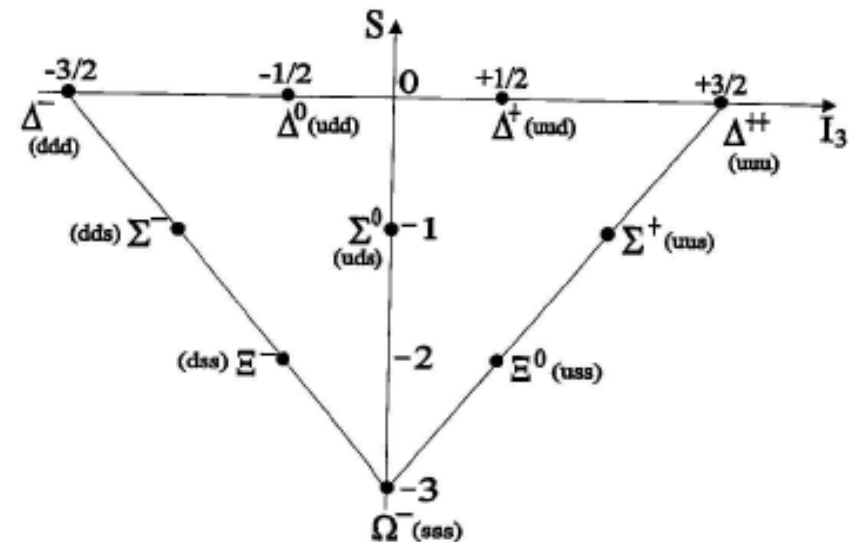
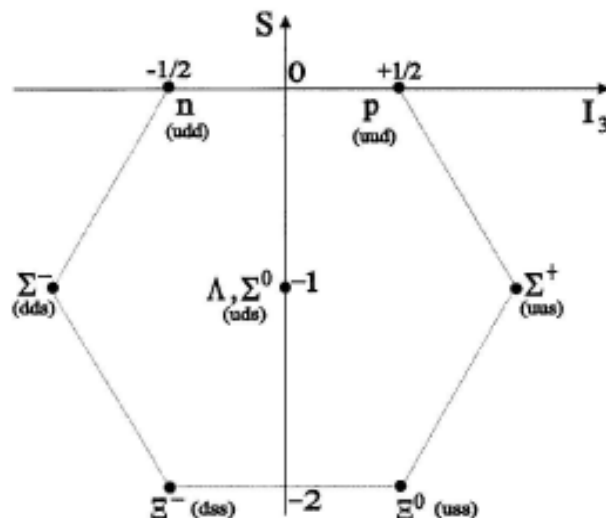


Kwarki

Model Gell-Mann'a i Zweig'a

W połowie lat 60 obserwowana **symetria** w świecie znanych **cząstek** elementarnych doprowadziła **Gell-Mann'a i Zweig'a** do hipotezy istnienia **kwarków**

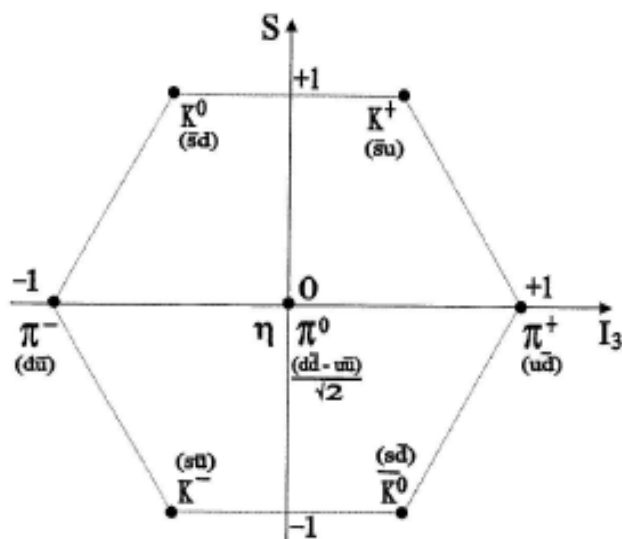
Trzy kwarki tworzyłyby bariony:



Kwarki

Model Gell-Mann'a i Zweig'a

Para kwark-antykwarek tworzyłaby mezony



Zakładając istnienie tylko **trzech kwarków** (u, d, s) można było wytłumaczyć spektrum wszystkich znanych cząstek.

Gell-Mann i Zweig zakładali, że kwarki są:

- bardzo masywne
- silnie związane

Z drugiej strony model partony w modelu partonowym:

- lekkie
- quasi-swobodne

Czy partony to kwarki ?

To wcale nie było takie oczywiste...

Kwarki a partony

Spin partonów

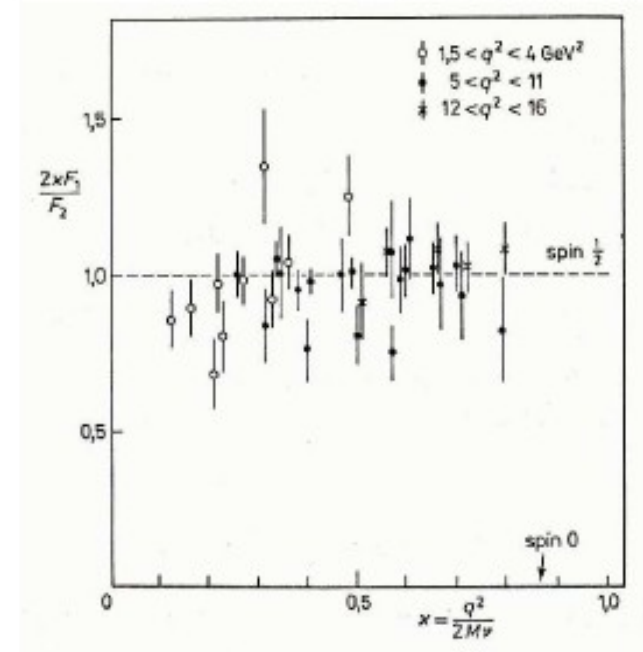
Pełne wyrażenie na przekrój czynny w rozpraszaniu głęboko-nieelastycznym $e^\pm p$:

$$\frac{d\sigma}{dx dQ^2} = \frac{4\pi\alpha^2}{xQ^4} \cdot \left(\frac{E'}{E} \right) \cdot \left[F_2(x) \cdot \cos^2 \frac{\theta}{2} + 2xF_1(x) \cdot \frac{Q^2}{2M^2x^2} \sin^2 \frac{\theta}{2} \right]$$

gdzie w zależności od spinu s partonów:

$$\begin{aligned} F_1(x) &= 0 & \text{dla } s = 0 \\ 2xF_1(x) &= F_2(x) & \text{dla } s = \frac{1}{2} \end{aligned}$$

Wyniki pomiaru $2xF_1/F_2$:



⇒ Partony mają spin $\frac{1}{2}$
(jak kwarki)

Kwarki a partony

Ładunki kwarków

W oddziaływaniach $e^\pm, \mu^\pm$ mierzymy:

$$F_2^{eN}(x) = \sum_q e_q^2 xq(x)$$

ale w oddziaływaniach neutrin:

$$F_2^{\nu N}(x) = \sum_q xq(x)$$

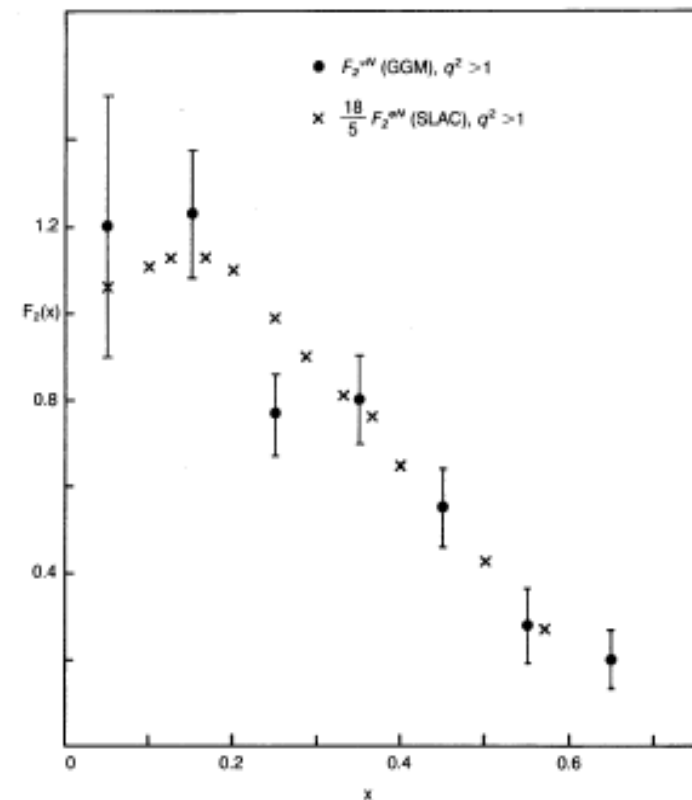
$$\Rightarrow F_2^{eN}(x) = \langle e_q^2 \rangle F_2^{\nu N}(x)$$

gdzie $\langle e_q^2 \rangle$ jest średnim kwadratem ładunku partonu.

Dla kwarków oczekujemy (dla $A = 2Z$)

$$\langle e_q^2 \rangle = \frac{5}{18}$$

Porównanie pomiarów $F_2^{\nu N}(x)$ i $\frac{18}{5}F_2^{eN}(x)$ (1972):



$\Rightarrow$ Partony mają ładunki takie jak kwarki...

Struktura protonu

Funkcja struktury F_2

W modelu partonowym

$$F_2(x) = \sum_q e_q^2 xq(x)$$

Największy wkład do $F_2(x)$ protonu

⇒ **kwark u**

- największa gęstość

$$u(x) \approx 2d(x) \gg s(x) \dots$$

- ładunek

$$|e_u^2| = 4|e_d^2|$$

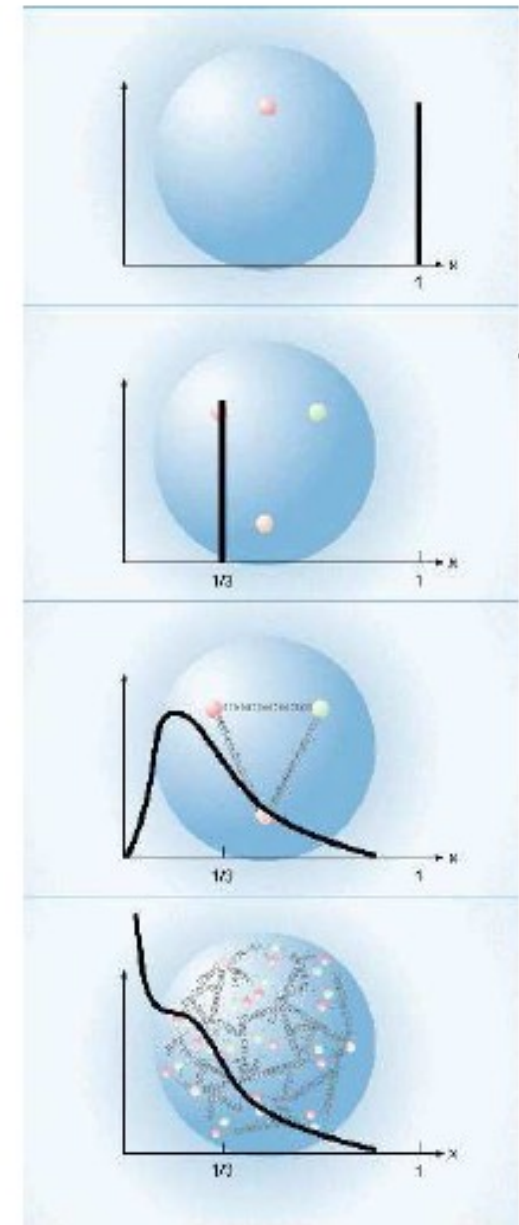
If the Proton is:

A quark

Three valence quarks

Three bound valence quarks

Valence, Sea quarks, gluons



Struktura protonu

Gluony

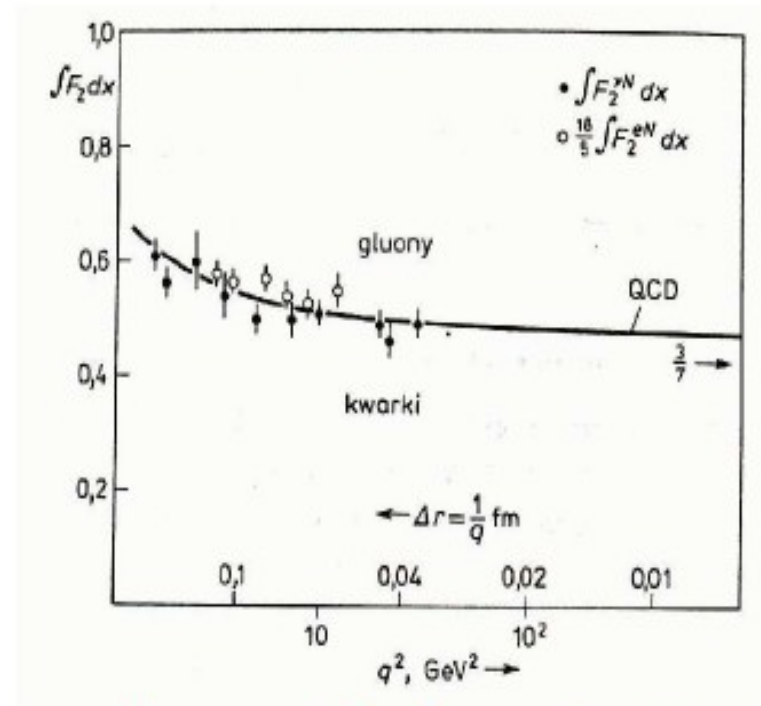
Jak dużą rolę odgrywają gluony ?

Możemy to sprawdzić licząc całkę po x z $F_2(x)$.

Gdyby cały pęd protonu niesiony był przez kwarki

$$\int dx F_2^{\nu N}(x) = \frac{18}{5} \int dx F_2^{eN}(x) = 1$$

Wyniki pomiarów:



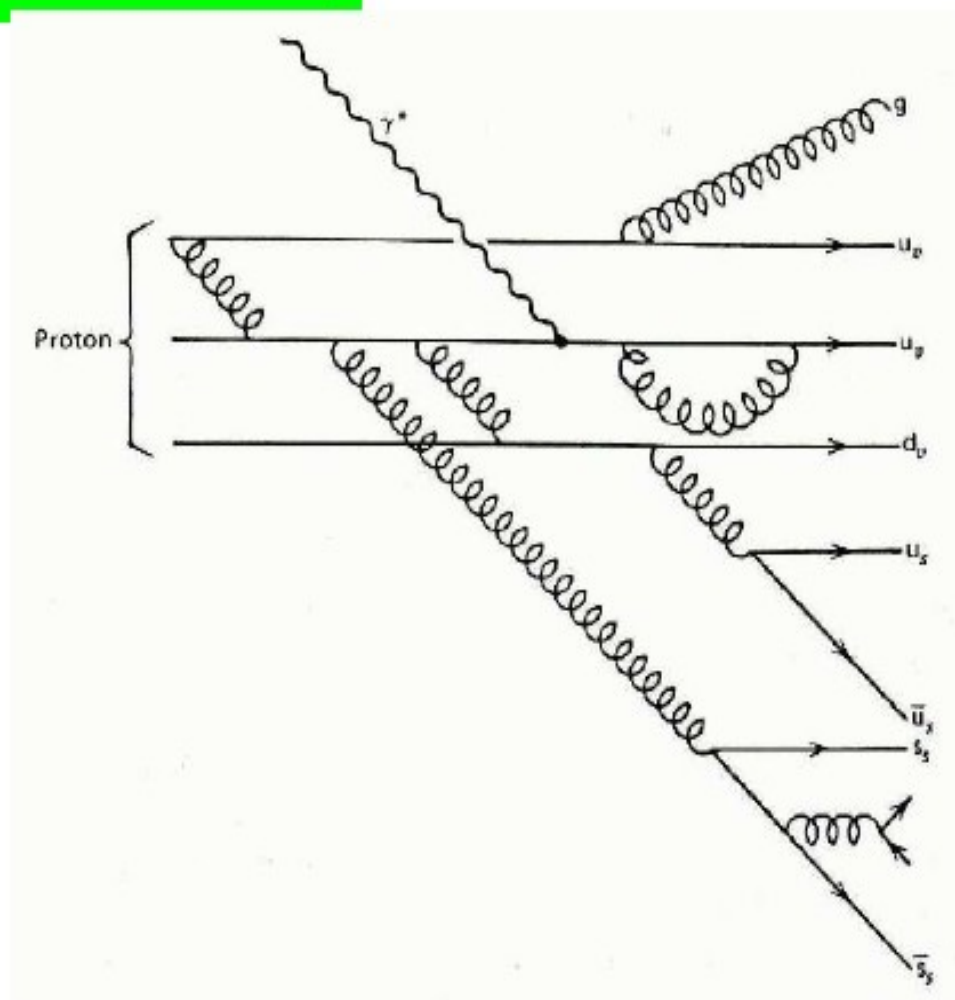
Kwarki niosą jedynie około połowy pędu nukleonów $\Rightarrow$ **gluony są bardzo ważne !...**

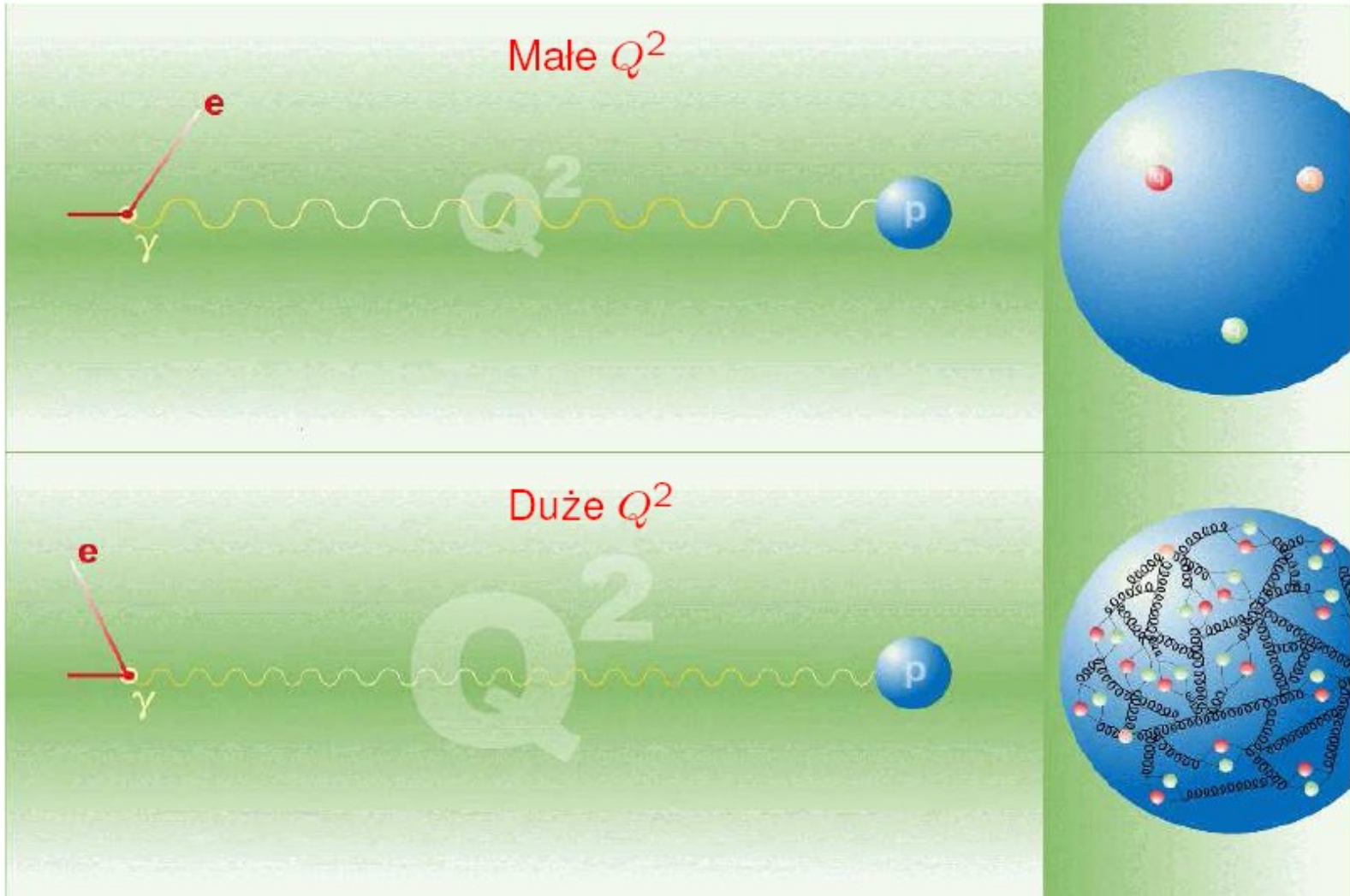
Struktura protonu

Ewolucja QCD

Gluony **przenoszą** **oddziaływania** między kwarkami, ale mogą także **kreować** dodatkowe **pary kwark-antykwarek** (tzw. **kwarki morza**).

Im dokładniej przyglądamy się protonowi (**wyższe Q^2**) tym **więcej partonów** (kwarków i gluonów) widzimy





Struktura protonu

Łamanie skalowania

Chromodynamika kwantowa (QCD) przewiduje, że rozkłady kwarków (a więc i funkcje struktury) powinny **zależać od Q^2**

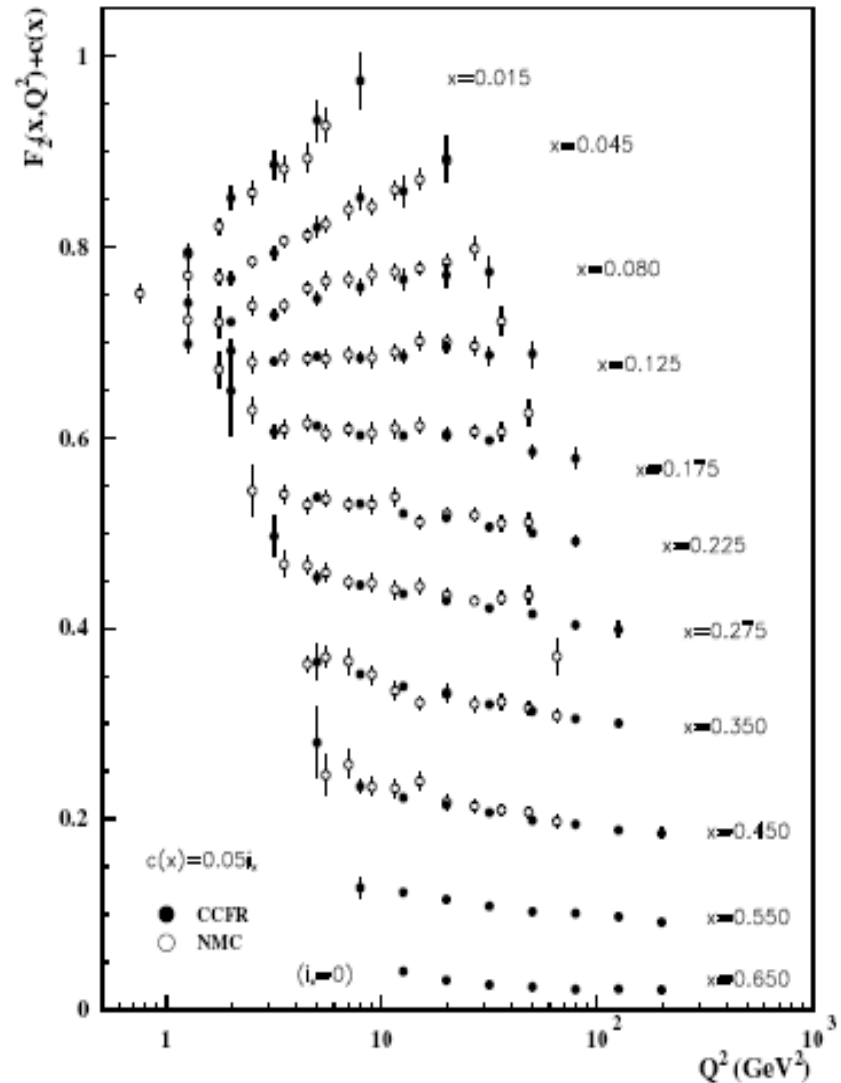
Dla małych wartości x :

$F_2(x, Q^2)$ rośnie z Q^2 .

Dla dużych wartości x :

$F_2(x, Q^2)$ maleje z Q^2 .

⇒ skalowanie było szczęśliwym zbiegiem okoliczności !...



HERA

Pomiary na tarczach

Doświadczenia z rozpraszaniem wiązek elektronów, mionów i neutronów na tarczach pozwoliły na dokładny pomiar rozkładów kwarków w protonie w obszarze:

$$\begin{aligned} Q^2 &< 200 \text{ GeV}^2 \\ x &> 0.001 \end{aligned}$$

Dolne ograniczenie na x wynika z warunku $Q^2 > 0.3 \text{ GeV}^2$. Dla mniejszych wartości Q^2 model partonowy **załamuje się**.

Projekt HERA

Badanie struktury protonu w obszarze:

- bardzo dużych wartości Q^2 : $Q^2 \sim 10^4 \text{ GeV}^2$
- oraz bardzo małych wartości x : $x \sim 10^{-4}$

Wiązki przeciwbieżne elektron(pozyton)–proton:

$$\begin{aligned} E_p &\leq 920 \text{ GeV} \\ E_e &\approx 27 \text{ GeV} \\ s &= 4E_p E_e \approx 10^5 \text{ GeV}^2 \\ \sqrt{s} &\approx 318 \text{ GeV} \end{aligned}$$

Dostępna energia o rząd wielkości większa niż w doświadczeniach na tarczy...

HERA

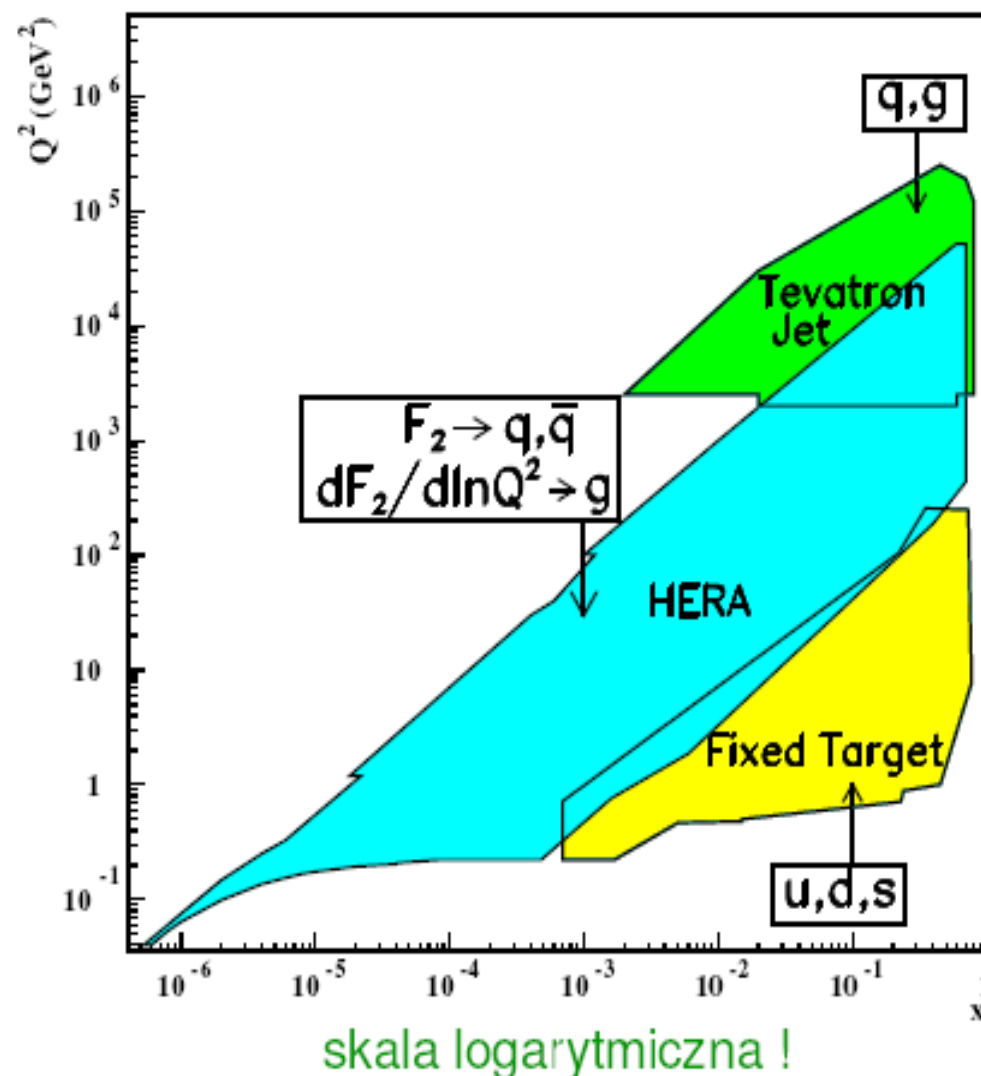
Obszar badań

Projekt **HERA** umożliwił rozszerzenie dostępnego w pomiarach **NC DIS** obszaru kinematycznego o **dwa rzędy wielkości** w Q^2 i x .

Deep Inelastic Scattering (DIS): rozpraszanie głęboko nieelastyczne

Neutral Currents (NC): oddziaływanie z wymianą prądów neutralnych (γ lub Z^0)

Oddziaływania $p\bar{p}$ w Tevatronie: nie mierzymy bezpośrednio rozkładów partonów, ale możemy je testować...



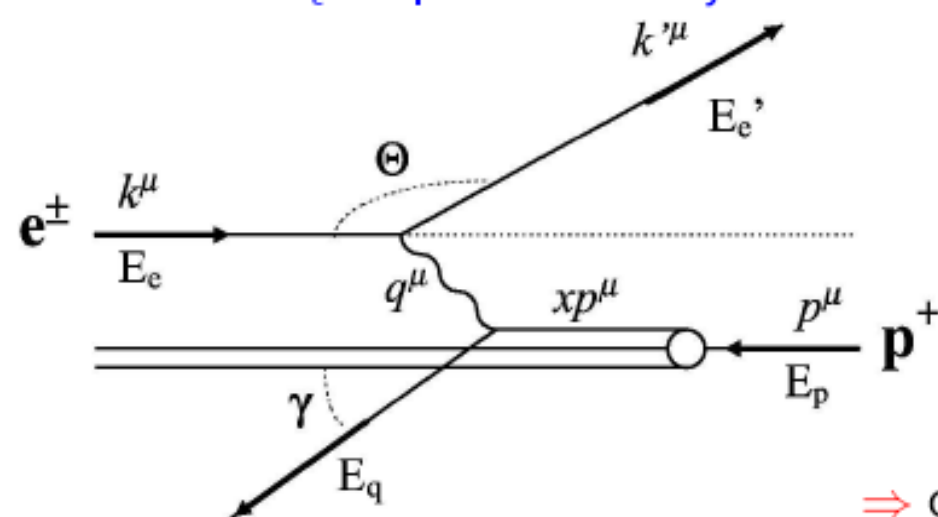
HERA

Kinematyka

Poprzednie definicje zmiennych x i y były słuszne tylko w układzie spoczywającego protonu. x - ułamek czteropędu protonu niesiony przez parton

W HERA

zderzenia wiązek przeciwbieżnych



$$x = \frac{-q^2}{2pq} = \frac{Q^2}{2pq}$$

$$y = \frac{qp}{kp}$$

$$Q^2 = x y s$$

$$s \approx 2 k p$$

W układzie spoczywającego protonu:

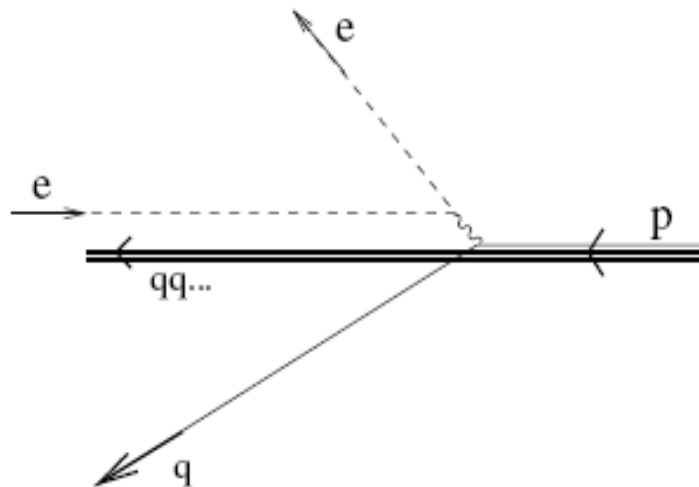
$$p^\mu = (M, 0, 0, 0)$$

⇒ otrzymujemy te same wyrażenia co poprzednio

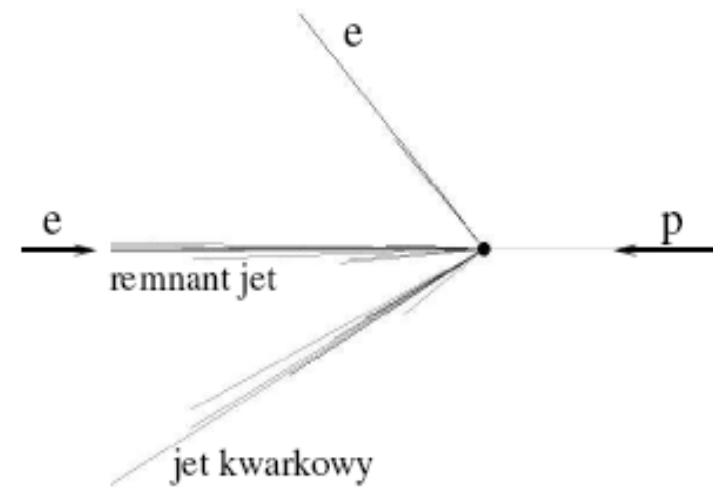
HERA

Hardonizacja

W modelu kwarkowo-partonowym (QPM) rozproszeniu ulega elektron i pojedynczy kwark. Reszta kwarków z protonu kontynuuje swój 'lot' jako tzw. "remnant" (pozostałości)



Pojedynczych kwarków nigdy nie obserwujemy. Oddziaływania silne prowadzą do tzw. hadronizacji: powstają wtórne pary $q\bar{q}$ i kwark zamienia się w jet (strugę) cząstek (głównie hadronów):



Przypadek symulowany programem PYTHIA

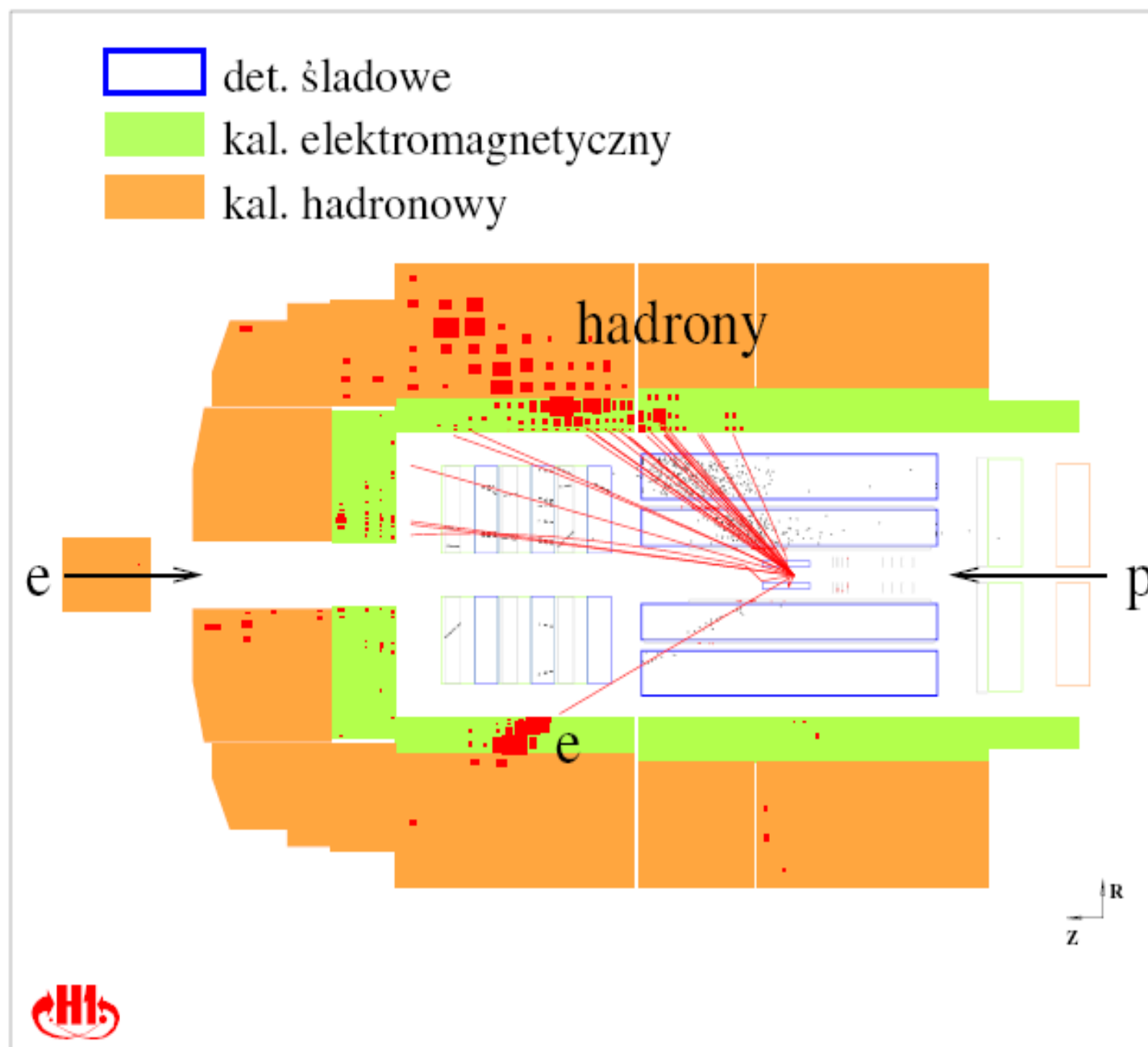
Przypadek
NC DIS

Ekspertment H1

mierzymy **energię**
i **kąt** rozproszenia
elektronu

$$\Rightarrow x, Q^2$$

można też mierzyć
stan hadronowy...

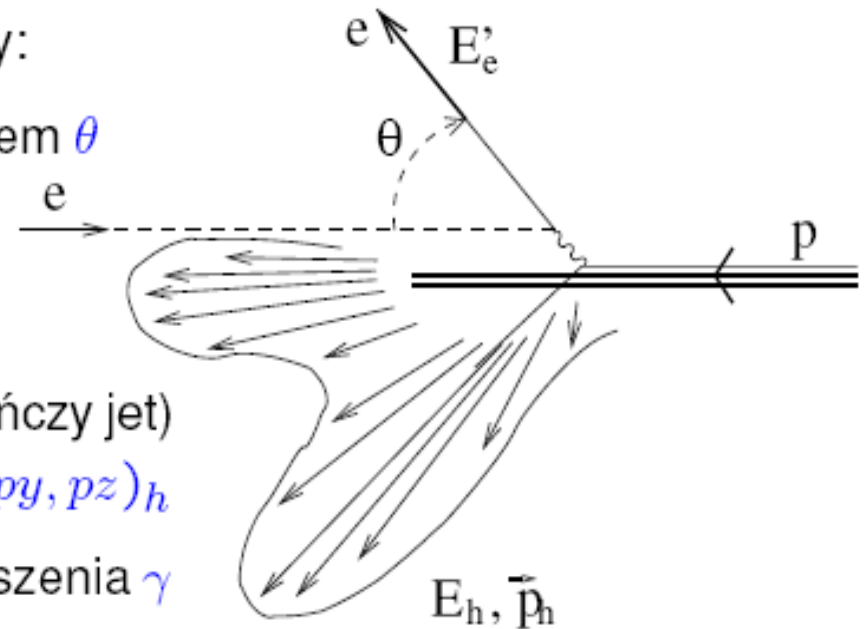


Rekonstrukcja przypadków

Pomiar w detektorze

W przypadkach **NC DIS** w detektorze mierzymy:

- **elektron** o energii E'_e rozproszony pod kątem θ
 - stan **hadronowy** (na ogół nie jest to pojedynczy jet) o całkowitej energii E_h i pędzie $\vec{p}_h = (p_x, p_y, p_z)_h$
- ⇒ możemy wyznaczyć **efektywny kąt** rozproszenia γ i **energię** E_q jetu ⇒ **partonu**



Chcemy wyznaczyć **dwie** zmienne, np. x i Q^2 (trzecią zmienną mamy z relacji: $Q^2 = xys$)

Mamy **cztery** wielkości mierzone: E'_e , θ , E_q i γ ⇒ **mamy dużą swobodę wyboru metody**

Teoretycznie (nieskończenie dokładny pomiar) wszystkie metody są **równoważne**.

Efekty doświadczalne (**błędy pomiarowe**) powodują jednak znaczne **różnice w dokładności** wyznaczenia x , y i Q^2 różnymi metodami ⇒ wybór zależy od eksperymentu...

Wyznaczanie funkcji struktury

Przekrój czynny

Funkcję struktury $F_2(x, Q^2)$ wyznaczamy bezpośrednio z pomiaru różniczkowego **przekroju czynnego** na **NC DIS**:

$$\frac{d^2\sigma}{dx dQ^2} = \frac{4\pi\alpha^2}{xQ^4} \left(1 - y + \frac{y^2}{2}\right) F_2(x, Q^2) (1 + \delta_L + \delta_Z + \delta_{rad})$$

Wyznaczane **teoretycznie poprawki** pochodzą od:

- δ_L – tzw. podłużnej funkcji struktury F_L
(wkład gluonów powoduje, że $F_L \equiv F_2 - 2xF_1 \neq 0$)
- δ_Z – wymiany bozonu Z^0
(istotne tylko dla bardzo dużych Q^2)
- δ_{rad} – procesów radiacyjnych
(poprawki radiacyjne; emisja γ przez elektron przed lub po zderzeniu)

Wyznaczanie funkcji struktury

Przekrój czynny

Różniczkowy przekrój czynny wyznaczamy mierząc liczbę przypadków zrekonstruowanych w przedziałach x i Q^2 :

$$\Delta N(x \pm \frac{\Delta x}{2}, Q^2 \pm \frac{\Delta Q^2}{2}) = \frac{d^2 \sigma}{dx dQ^2} \cdot \Delta x \cdot \Delta Q^2 \cdot \mathcal{L}_{int} \cdot \mathcal{E} \cdot \mathcal{A}$$

gdzie:

- $\mathcal{L}_{int}$ – scałkowana świetlność
- $\mathcal{E}$ – efektywność selekcji przypadków
- $\mathcal{A}$ – poprawka związana z niedokładnością pomiaru
("przesypywanie" przypadków pomiędzy przedziałami)

