

# Wybrane metody fizyki cząstek - rekonstrukcja trajektorii

...JUŻ ... EMULSJE FOTOGRAFICZNE  
KOMORY WILSONA  
KOMORY PĘCHERZYKOWE  
KOMORY STREAMEROWE

DETEKTORY „BEZFILMOWE”

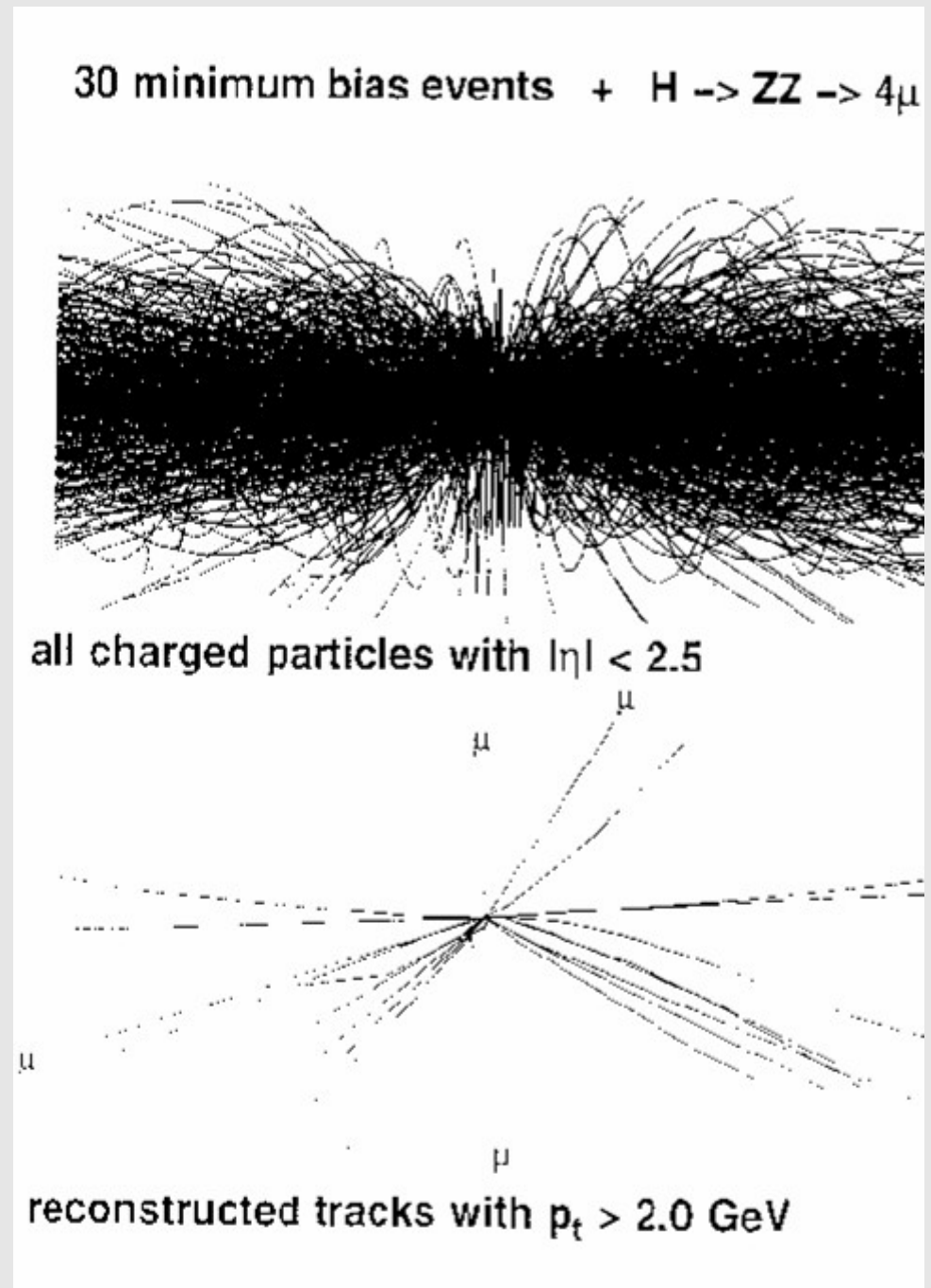
KOMORY GAZOWE  
PROPORCJONALNE, DRYFOWE  
TPC

RPC, TGC ...

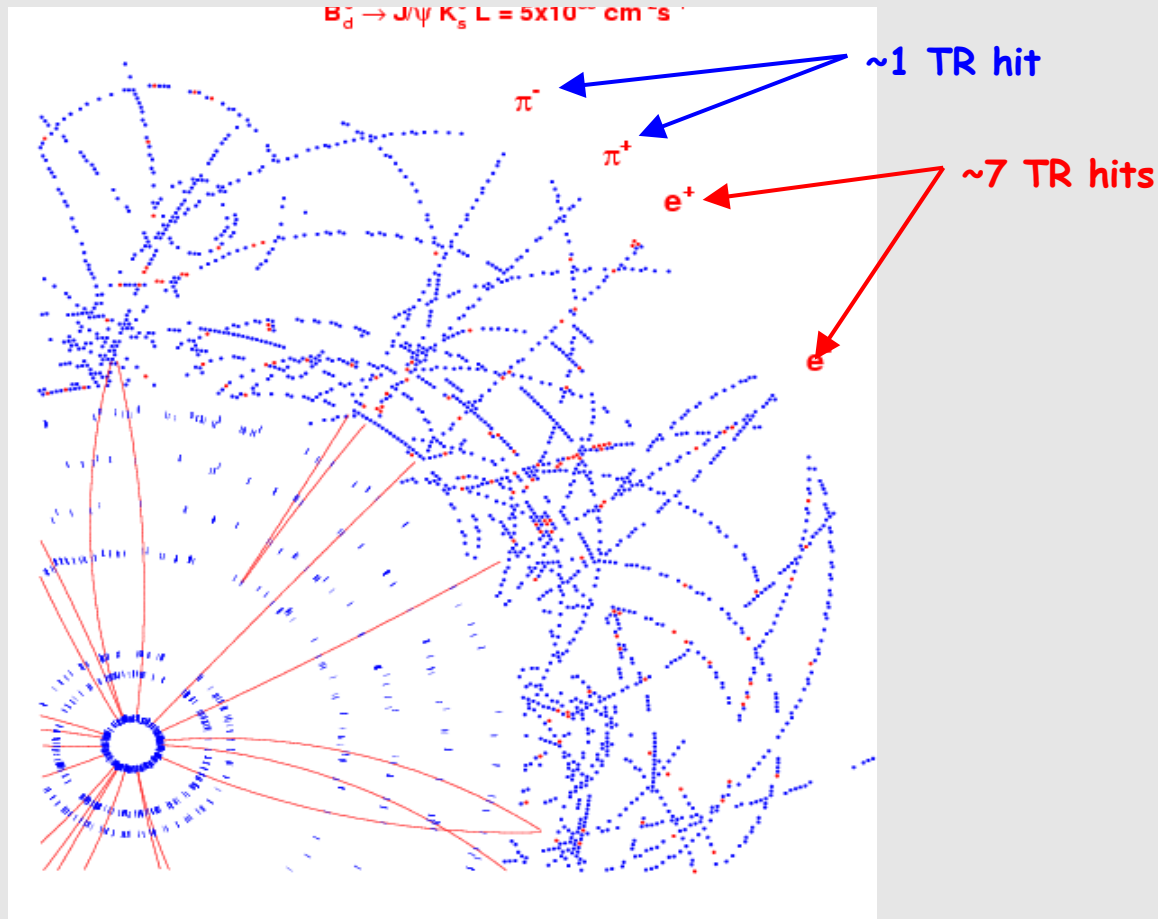
DETEKTORY KRZEMOWE  
MIKROPASKOWE, PIKSELOWE

WSPÓLRZĘDNE ODCZYTU

„STEREO ANGLE”



# Wybrane metody fizyki cząstek - rekonstrukcja trajektorii



OBECNIE NIE MA - JAK BYŁO W “EPOCE” KOMÓR PĘCHERZYKOWYCH - JEDNEGO, STANDARDOWEGO NARZĘDZIA REKONSTRUKCJI TRAJEKTORII. ZBYT WIELE RÓŻNYCH KOMBINACJI RÓŻNYCH DETEKTORÓW TWORZY SEGMENTY SKŁADAJĄCE SIĘ NA PEŁNY ŚLAD CZĄSTKI.

RÓŻNE SĄ NAWET STRATEGIE ALGORYTMÓW REKONSTRUKCJI (NP: XKALMAN, IPATREC), PRZYKRAWANE DO REALIÓW KONKRETNÝCH EKSPERYMENTÓW.

POSZCZEGÓLNE DETEKTORY WNOSZĄ SWOJE OSOBNE, CZĘSTO WYRAFINOWANE CECHY. (NP: POPRAWIANIE PRZECYZJI ODCZYTU POPRZECZ POMIAR CZASU DRYFU W SŁÓMKACH TRT W EKSPERYMENCIE ATLAS)

„PRECISION LAYERS”

ZAJĘTOŚĆ A „FAKE” TRACKS

NIE MA JEDNEGO, STANDARDOWEGO NARZĘDZIA REKONSTRUKCJI, ALE JEST SZEREG POWSZECHNIE STOSOWANYCH METOD ZAPOŻYCZONYCH Z TECHNIKI ROZPOZNAWANIA OBRAZÓW (WZORCÓW), TAKICH JAK HISTOGRAMOWANE, TRANSFORMACJA HOUGH, FILTRY KALMANA ...

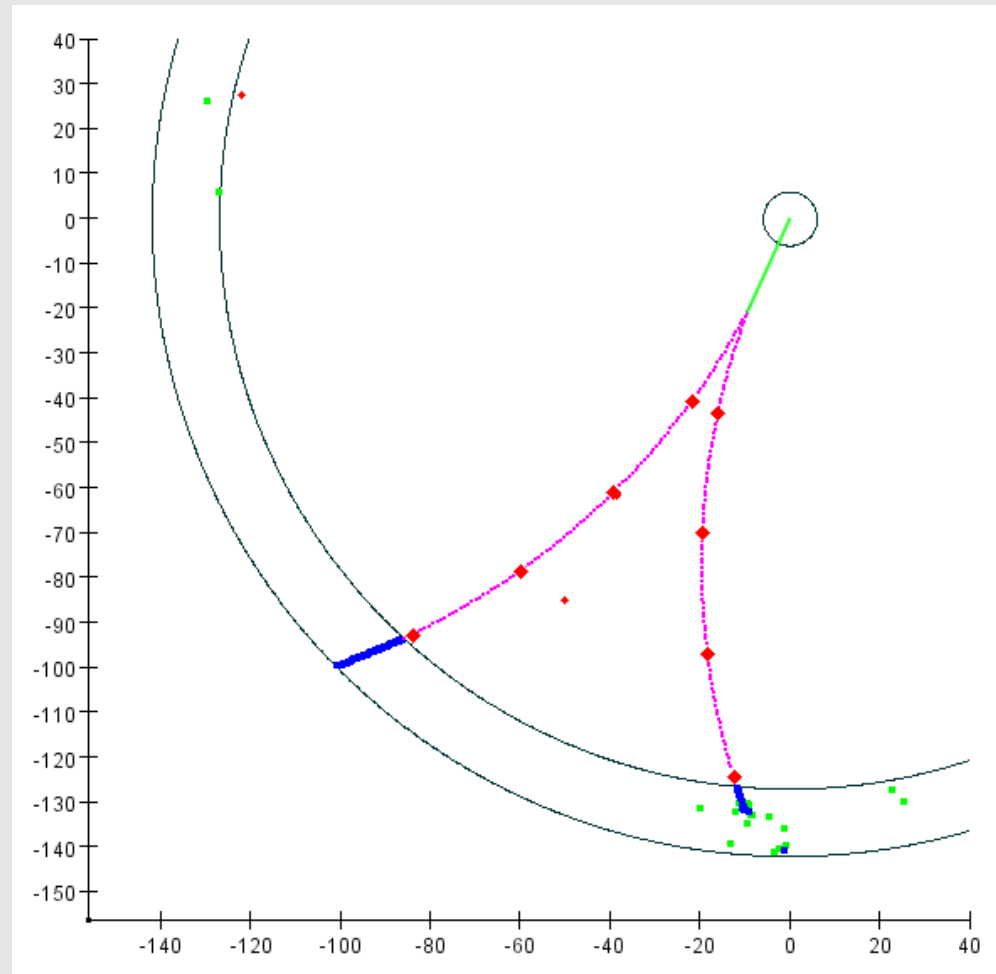
# Wybrane metody fizyki cząstek - rekonstrukcja trajektorii

CALORIMETER „SEED”

KLASYCZNY FIT  $\chi^2$

PULL (STRETCH) VALUE

PARAMETR ZDERZENIA



# Wybrane metody fizyki cząstek - rekonstrukcja trajektorii

$$l = 2 * \sqrt{+a^2 - (a-s)^2} = 2 * \sqrt{2as - s^2}$$

$$a \gg s \quad a \approx \frac{l^2}{8s} \quad \text{lub} \quad p_T = \frac{e}{c} * |B| * \frac{l^2}{8s}$$

$$p_T = p * \sin(\Theta)$$

*bardzo praktycznie :*

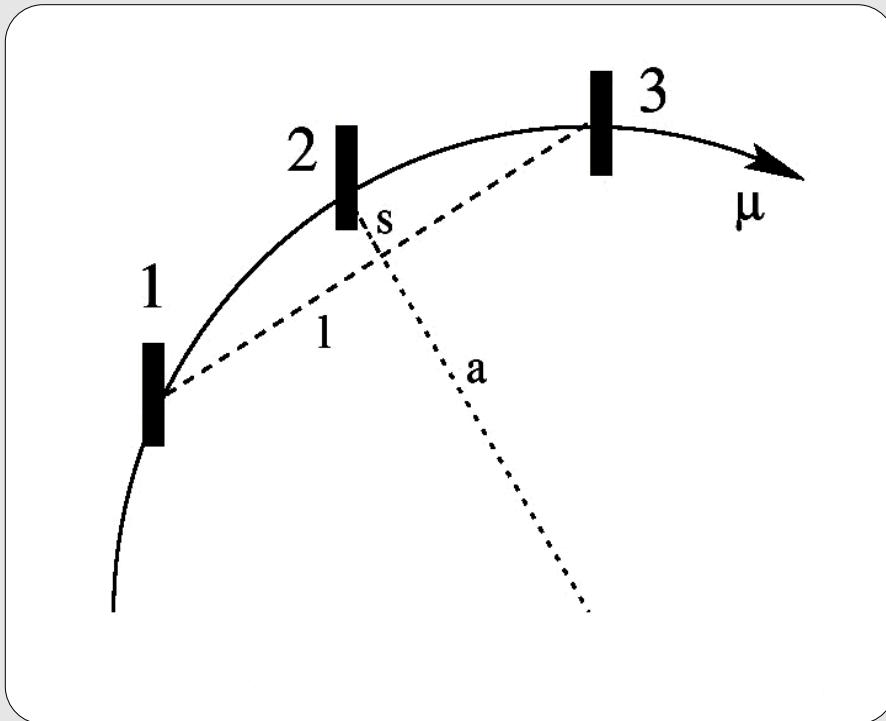
$$s [mm] = \frac{37.5 * B [Tm] * l [m]}{p_T [GeV/c]}$$

*np. dla 100 GeV/c  $s = 3.5 - 4$  mm  
dla scałkowanego pola ok. 2 Tm,  
detektora o długości 3 - 4 m*

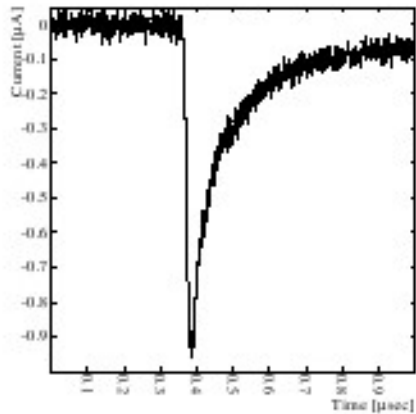
*jeśli  $\Delta s \approx 60 \mu m$*

*czyli ok. 1.7% w stos. do 3.5 [mm]*

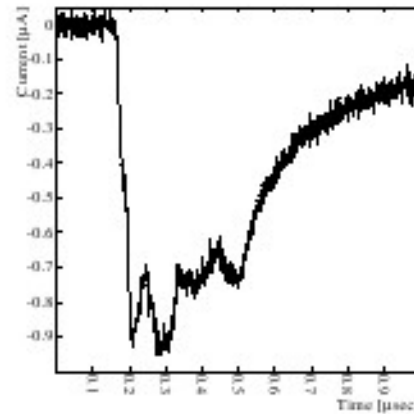
$$\frac{\Delta s}{s} = \frac{\Delta p_T}{p_T} = \frac{\Delta p}{p}$$



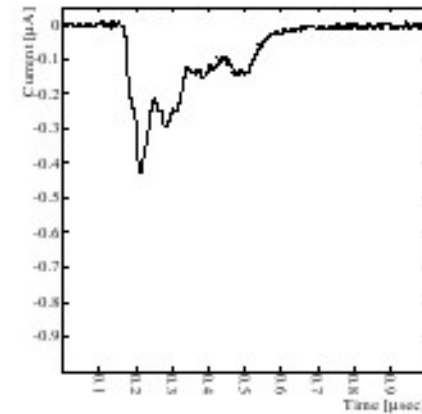
# Wybrane metody fizyki cząstek - rekonstrukcja trajektorii



*Figure 3.2:*  
Pulse shape, as seen by the preamplifier, of a single cluster consisting of a very large number ( $> 200$ ) of electrons.



*Figure 3.3:*  
Possible pulse shape, as seen by the preamplifier, of a superposition of clusters coming from a 170 GeV muon track.

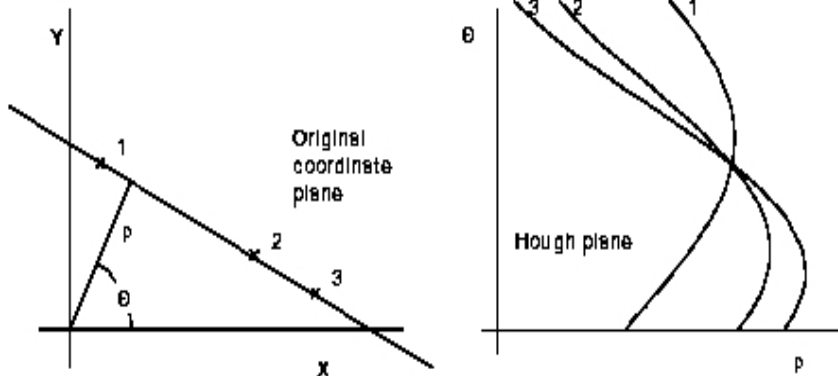


*Figure 3.4:* Example of a signal, as seen by the discriminator, after processing by specialized electronics performing tail cancellation.

ION TAIL, OCCUPANCY  
DRIFT TIME MEASUREMENTS

# Wybrane metody fizyki cząstek - rekonstrukcja trajektorii

## Transformacja Hough'a



Transformacja z przestrzeni obrazu do przestrzeni parametrów, używana często dla dziurawych (*sparse*) i rozmytych danych (*digitalizations*).

Zwykle stosowana w przestrzeni dwuwymiarowej dla znajdowania krzywych parametrycznych.

Przykład dla prostej:

$$\rho = x * \cos(\theta) + y * \sin(\theta)$$

, gdzie  $\rho$  jest odległością od początku układu (wzdłuż normalnej), a  $\theta$  kątem normalnej z osią  $x$ .

Współliniowe punkty  $x_i, y_i$  ( $i=1, N$ ) transformują się w sinusoidy na płaszczyźnie  $\rho, \theta$ , przecinające się w jednym punkcie. Dla pewnego zakresu dyskretnych wartości  $\rho, \theta$  każde  $x_i, y_i$  odwzorowuje się na płaszczyźnie  $\rho, \theta$  i gromadzone w dwu-wymiarowym histogramie.

W takim przedstawieniu transformacja Hough'a przypomina dyskretną wersję innej transformacji „graficznej”

# Wybrane metody fizyki cząstek - rekonstrukcja trajektorii

## Transformacja Radon'a

$$r(\rho, \theta) = \int \int_{x, y} f(x, y) * \delta(x \cos(\theta) + y \sin(\theta) - \rho) dx dy$$

Gdzie funkcja  $\delta$  wyznacza całkowanie wzdłuż linii. Zakres  $\theta$  ogranicza się do  $0 < \theta < \pi$ . Podobnie jak w transformacji Hough'a odwzorowuje się przestrzeń współrzędnych w przestrzeni  $(\rho, \theta)$ , w której każdemu punktowi odpowiada prosta w przestrzeni współrzędnych. Odwrotnie, każdy punkt w przestrzeni współrzędnych staje się sinusoidą w przestrzeni rzutowanej. Transformację Radon'a stosuje się w tomografii przy rekonstrukcji trój-wymiarowych obrazów na podstawie liniowych i powierzchniowych zaczerwień.

## Wybrane metody fizyki cząstek - rekonstrukcja trajektorii

„Zadanie domowe”

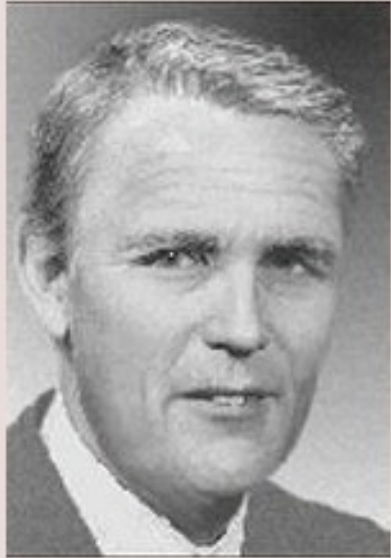
Proszę wypełnić płaszczyznę  $(x,y)$  przypadkowym „szumem”, a na to nałożyć „sygnał” jednej lub kilku linii (proste, okręgi).

Następnie zaprojektować i zakodować program dla wykrywania linii i odtwarzający ich parametry.

W dalszym etapie, dla ambitnych, proszę „rozmyć” współrzędne sygnału wprowadzając realistyczne błędy pomiarowe, losowane z rozkładu normalnego  $(0,\sigma)$ . Następnie powtórzyć rozpoznawanie krzywych i zaobserwować wpływ  $\sigma$  na wyniki.



# Wybrane metody fizyki cząstek - rekonstrukcja trajektorii



W 1960 r R.E.Kalman opublikował słynną pracę o „*recursive solution to the discrete-data linear filtering problem*”.

$$x_k = A * x_{k-1} + B * u_{k-1} + w_k$$

$$z_k = H * x_k + v_k$$

Macierz H (m x n) w równaniu pomiarowym wiąże pomiary ze stanem układu. W praktyce może zależeć od czasu.

Wprowadza się pojęcie stanu układu i dyskretnych kroków w („czasowej”) ewolucji stanu oraz stanu pomiarów. Zmienne losowe  $w_k$  i  $v_k$  to szумы „opisu” i pomiarowe.  $P(w) \sim N(0,Q)$ ,  $P(v) \sim N(0,R)$

Macierz A n x n opisuje przejście ze stanu k-1 do obecnego gdy nie ma wymuszeń i szumu. A może zmieniać się w każdym kroku, ale dla uproszczenia można ją uznać za stałą.

B (n x 1) to „opcja”, wymuszenie na stanie x („control input”).

Stan  $\hat{x}_k^-$  jest stanem k szacowanym a priori, a  $\hat{x}_k$  szacowaniem

a posteriori, gdy w stanie k uwzględniamy znane już pomiary  $z_k$

$$e_k^- = x_k - \hat{x}_k^-$$

$$e_k = x_k - \hat{x}_k$$

Definicje błędów a priori i a posteriori

# Wybrane metody fizyki cząstek - rekonstrukcja trajektorii

$$P_k^- = E[e_k^-, e_k^{-T}]$$

$$P_k = E[e_k, e_k^T]$$

TECHNIKA FILTRÓW KALMANA POLAGA NA ZNALEZIENIU RÓWNANIA STANU DLA KROKU K A POSTERIORI BĘDĄCE LINIOWĄ KOMBINACJĄ SZACUNKU A PRIORI ORAZ ODPOWIEDNIO ZWAŻONEJ RÓŻNICY AKTUALNYCH POMIARÓW I POMIARÓW PRZEWIDYWANYCH

$$\hat{x}_k = \hat{x}_k^- + K * (z_k - H * \hat{x}_k^-)$$

gdzie  $(z_k - H * \hat{x}_k^-)$  nazywa się *measurement innovation*

MACIERZ K (n x m) NAZYWA SIĘ „WZMOCNIENIEM” KALMANA ALBO CZYNNIKIEM MIESZANIA, KTÓRY WYNIKA Z MINIMALIZACJI MACIERZY KOWARIANCJI

$$K_k = P_k^- H_k^T (H_k P_k^- H_k^T + R_k)^{-1} = \frac{P_k^- H_k^T}{(H_k P_k^- H_k^T + R_k)}$$

$$\lim_{R_k \rightarrow 0} K_k = H_k^{-1}$$

# Wybrane metody fizyki cząstek - rekonstrukcja trajektorii

## TIME UPDATE („PREDICT”)

(1) PROJECT THE STATE AHEAD

$$\hat{x}_k = A * \hat{x}_{k-1} + B * u_{k-1}$$

(2) PROJECT THE ERROR COV. AHEAD

$$P_k = A P_{k-1} A^T + Q$$

## MEASUREMENT UPDATE („CORRECT”)

(1) COMPUTE THE KALMAN GAIN

$$K_k = P_k H^T (H P_k H^T + R)^{-1}$$

(2) UPDATE ESTIMATE WITH MEASUREMENT  $z_k$

$$\hat{x}_k = \hat{x}_k + K_k * (z_k - H * \hat{x}_k)$$

(3) UPDATE THE ERROR COVARIANCE

$$P_k = (I - K_k H) P_k$$

$$\hat{x}_{k-1} \quad \text{and} \quad P_{k-1}$$

INITIAL ESTIMATIONS

„ZADANIE DOMOWE” NR 2: POZNAĆ I UMIEĆ ZREFEROWAĆ  
ALGORYTM KALMAN (atlas internal note) REKONSTRUKCJI  
TRAJEKTORII W EKSPERYMENCIE ATLAS